

**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**

**FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**UNIDAD DE POST-GRADO**

**Metodología para la medición de la atención en una  
central telefónica usando Box-Jenkins**

**TESIS**

**Para optar el Grado Académico de Magister en Ingeniería Industrial**

**AUTOR**

**Luis Rolando Ráez Guevara**

**Lima – Perú**

**2012**

## **DEDICATORIA**

A mi esposa, y a mi hija, cuya constancia y apoyo durante todos estos años, a Dios por estar conmigo en cada momento de mi vida.

A mi padre, por ser mi maestro de cabecera; a mi madre por ser mi gran motivadora, a Dios por ser mi constante guía; a mi Alma Mater por permitirme dentro de sus aulas.

## **AGRADECIMIENTO**

Al Doctor **Orestes Cachay Boza**,

Mi asesor, por su guía, apoyo e  
indicaciones invalorable  
en el presente  
trabajo.

## INDICE GENERAL

DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTO	iii
INDICE GENERAL	iv
LISTA DE TABLAS	Vii
LISTA DE FIGURAS	Viii
RESUMEN	lx
SUMMARY	x

## CAPÍTULO : INTRODUCCIÓN

1.1 SITUACIÓN PROBLEMÁTICA	01
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	02
1.3 JUSTIFICACIÓN	02
1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION	03
1.4.1 OBJETIVO GENERAL	03
1.4.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	03

## CAPÍTULO II : MARCO TEORICO

2.1 MARCO EPISTEMOLOGICO	04
2.2 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACION	05
2.3 BASES TEORICAS	08
2.3.1 PREDICCION	08
2.3.2 LIMITE DE LA PREDICCION	09
2.3.3 TIPOS DE PRONOSTICOS	11
2.4 LA TEORIA DE LAS SERIES TEMPORALES	13
2.4.1 MODELO DE SERIE DE TIEMPO	14
2.4.2 MODELOS DE CAJA NEGRA	17
2.4.3 MODELOS UNIVARIABLES	19

2.5	MODELOS MATEMATICOS	21
2.5.1	AUTOCORRELACION	21
2.5.2	ALTERNATIVAS DE MODELOS DE SERIE DE TIEMPOS	23
2.5.3	MODELOS DINAMICOS	24
2.5.4	FILTROS LINEALES	26
2.5.5	MODELOS NO ESTACIONARIOS	28
2.6	METODOLOGIA DE BOX-JENKINS	29
2.6.1	INTRODUCCION	30
2.6.2	PROCESO ESTOCASTICO ESTACIONARIO	32
2.6.3	CONDICIONES PARA LOS MODELOS ARIMA	35
2.7	MARCO CONCEPTUAL	40

### **CAPÍTULO III : METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

3.1	DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	47
3.2	METODO CUANTITATIVO	47
3.3	PLANTEAMIENTO DE HIPOTESIS Y DISEÑO EXPERIMENTAL	48
3.4	RESUMEN DE RESULTADOS ESTADÍSTICO DEL ESTUDIO	50

### **CAPÍTULO IV : RESULTADOS Y DISCUSION**

4.1.	LA PROBLEMÁTICA DEL CALL-CENTER	53
4.1.1	CARACTERÍSTICA DEL PROBLEMA	54
4.2.	RECOLECCIÓN DE DATOS	54
4.2.1	SERIES ESTACIONARIAS Y NO ESTACIONARIAS	57
4.2.2	CORRELOGRAMA	60
4.3	MODELO DE BOX-JENKINS ESTACIONAL	63
4.3.1	MODELO ARIMA (35, 35, 0)	65
4.3.2	MODELO ARIMA (35, 0, 1)	65
4.3.3	MODELO SAR Y SMA	67
4.4	PRONOSTICO DE LA DEMANDA DE LLAMADAS	68

CONCLUSIONES	73
RECOMENDACIONES	75
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77

**TABLAS**

Tema	Nº	Descripción	Nº Página
4.3.3	4.1	Resumen de los modelos planteados	68
4.4	4.2	Pronósticos de la serie de tiempos	72

## FIGURAS

Tema	Figura Nº	Descripción	Nº Página
2.2	2.1	Métodos de predicción	13
2.2.2	2.2	Caja negra	17
2.2.2	2.3	Valores en una función de pronóstico	18
2.2.2	2.4	Tendencia y variación estacional	19
2.3.1	2.5	Variables con rezago de 1 tiempo	22
2.3.1	2.6	Variables con rezago de 2 tiempos	23
2.3.4	2.7	Filtro lineal	26
2.4.1	2.8	Métodos de predicción de Box-Jenkins	30
2.4.3	2.9	Funciones AR(1) y MA(1)	37
2.4.3	2.10	Funciones AR(2) y MA(2)	37
2.4.3	2.11	Funciones AR(1) y MA(1) combinado	38
4.2	4.1	Patrón de los datos	55
4.2	4.2	Histograma del patrón de los datos	56
4.2	4.3	Diagrama de cuartiles para los datos	56
4.2.1	4.4	Diagrama de primeras diferencias	58
4.2.1	4.5	Diagrama de segundas diferencias	58
4.2.2	4.6	Correlograma	60
4.2.2	4.7	Correlograma con primera diferencia	61
4.3	4.8	ARIMA (35, 35, 1)	63
4.3	4.9	Ecuación para ARIMA (35, 35, 1)	64
4.3.1	4.10	Ecuación para ARIMA (35, 0, 1)	66
4.3.3	4.11	Ecuación para SAR y SMA	67
4.4	4.12	Valores residuales	68
4.4	4.13	Valores con dos desviaciones para la serie	69
4.4	4.14	Valores pronosticados con dos desviación	69
4.4	4.15	Ecuación de Box-Jenkins	70
4.4	4.16	Inversa de la raíz	70
4.4	4.17	Evaluación del pronóstico de la raíz	71



## RESUMEN

La presente investigación trata sobre la *creación y aplicación de una Metodología* para solucionar problemas resolubles de manera determinista mediante técnicas sencillas y en un tiempo razonable, como puede ser, por ejemplo la resolución de ecuaciones lineales, la realización de pronósticos basados en la ecuación de la línea, pudiendo acortar el tiempo de resolución, más o menos largo, de una manera aceptable

Se presenta una nueva metodología, que utiliza la clase Box-Jenkins, para la predicción de la demanda de llamadas, que efectúan los clientes a los centros de llamadas más conocidos como call-center.

Se registró, en el trabajo de campo, los aportes y los modelos de solución de diversos autores: orientación del asesor, aporte de investigadores de la UNMSM, investigaciones desarrolladas en diversas organizaciones y las propuestas del autor. El propósito de la Tesis es generar un modelo de consenso con mayor eficiencia que las alternativas existentes y aplicar este modelo en la realidad administrativa.

El estudio concluye que la propuesta metodológica para rediseñar procesos de atención al cliente, dentro del contexto de los modelos empresariales, empleando herramientas de serie de tiempos funciona de manera eficiente y reporta excelentes resultados en su aplicación, lo que ha de redundar en la mejora de la eficiencia y competitividad derivado de un uso racional de un recurso escaso clave, el humano.

## SUMMARY

This research is about creating and implementing a methodology to solve problems deterministically solvable through simple techniques and a reasonable time, as can be, for example, solving linear equations, the performance of forecasts based on the equation of the online and can shorten the resolution time, more or less long, in a manner acceptable

We present a new methodology, which uses the Box-Jenkins class, for prediction of demand for calls, which make customers call centers known as call-center.

Was recorded in the field, contributions and solution models from various authors: guidance counselor, contribution of researchers from San Marcos University, research conducted in various organizations and the author's proposals. The purpose of this thesis is to generate a consensus model more efficiently than existing alternatives and apply this model in the administrative reality.

The study concludes that the proposed methodology to redesign customer processes within the context of business models, using time series tools works efficiently and provides excellent results in their application, which would be in improving efficiency and competitiveness from a rational use of a scarce resource key, the human.

## **CAPÍTULO I : INTRODUCCIÓN**

### **1.1. SITUACIÓN PROBLEMÁTICA**

Con la llegada de las estrategias de venta por teléfono, por ejemplo tiempos compartidos, e incluso sistemas de emergencias médicas; de la misma manera tal como ocurrió en otros países de la región, incluyendo a México, hace que tengamos que definir la importancia de la Administración del recurso humano involucrado en estos nuevos negocios, que surgieron como mini empresas de escasa o nula inversión tecnológica, los denominados tele operadores.

Los centros de atención telefónica han experimentado un gran aumento en las últimas décadas hasta el punto que hoy en día están presentes en casi cualquier compañía que interactúa con un alto número de clientes. Esto se muestra en las líneas aéreas, hoteles, proveedores de telefonía e internet, etc. El servicio al cliente se realiza fundamentalmente a través de este tipo de centros.

La capacidad de un centro de atención al cliente o Call-Center, está determinada principalmente por el número de operadores humanos o telefonistas.

Como el recurso humano es caro, la calidad del servicio ha de ser equilibrada con el costo de aumentar la capacidad, con el fin que el centro pueda proporcionar el mejor servicio posible al menor costo.

## 1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Por lo anteriormente fundamentado se plantea el problema bajo la siguiente interrogante:

**¿Un estudio de predicción basado en el desarrollo de la metodología Box-Jenkins, permitirá mejorar la gestión del recurso humano en un centro de llamadas?**

## 1.3. JUSTIFICACIÓN

Este estudio, es importante porque busca desarrollar una propuesta de mejora en la predicción de la necesidad del recurso humano para las empresas denominadas centros de llamadas.

Esta propuesta considera la orientación de las nuevas herramientas decisionales, donde se enfatizan las técnicas de Box-Jenkins, diseñar novedosos y eficientes pronósticos, para producir soluciones adecuadas que se aproximen al óptimo, dentro de un rango de distribución normal.

El aporte que se da con esta investigación, se sustenta en la teoría de las series de tiempo, para resolver el problema de atención a los clientes. Este problema se conoce en la literatura como Predicción de la Demanda de Llamadas, y para su solución se han desarrollado multitud de métodos y técnicas cuantitativas.

Por lo expuesto, es importante la realización del presente trabajo de investigación, para así poder contar con una descripción de la metodología de predicción, que influya en la administración del recurso humano, y que contribuya en alguna medida a mejorar los niveles de eficiencia de los centros de llamadas.

## **1.4 OBJETIVOS**

### **1.4.1 OBJETIVO GENERAL**

Proponer un modelo de predicción para evaluar la demanda de llamadas, para las empresas denominadas centros de llamadas.

### **1.4.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS**

- 1.4.2.1** Diseñar el pronóstico de la demanda de operadoras en la empresa de centro de llamada.
- 1.4.2.2** Proponer una metodología, que sirva de guía para ser aplicada en cualquier centro de llamadas, con la finalidad de predecir la necesidad de recurso humano en la atención de las demandas de llamadas.

## **CAPÍTULO II : MARCO TEÓRICO**

La madurez del sector de servicios y su elevado nivel de competitividad, han dado lugar a que en la actualidad los centros de llamadas, esté considerado como una gran industria a nivel mundial, estando, además, en constante crecimiento. Siendo importante la calidad del servicio desde el punto de vista de la satisfacción de las necesidades de los clientes.

La industria del tele marketing es uno de los negocios emergentes de la economía internacional, que refleja el predominio económico de los servicios en la estructura productiva y además sostiene la economía de producción en masa.

La producción en tele mercado se realiza en los centros de llamadas o call centers, empresas de comunicación y gestión de información que nacen de los procesos de flexibilización del trabajo y la digitalización de las tecnologías de información y comunicación (TIC).

### **2.1 Marco epistemológico**

El tema central de la tesis, el análisis de la demanda de llamadas, abre el estudio a un área mayor que puramente la administración de los recursos humanos en un centro de llamadas, conectando y relacionando la investigación con el mundo de la calidad del servicio.

El fenómeno de la demanda y, en este caso, la demanda en un centro de llamadas, no se puede abordar desde el enfoque de una metodología tradicional, ya que resulta escaso y poco profundo. Por este motivo se decidió adoptar una metodología más amplia que enriqueciera el campo de la gestión en los centros de llamadas con procedimientos metodológicos provenientes de otras áreas del saber.

Esta apertura hacia otras áreas no es un planteamiento nuevo, ya que existen antecedentes en las ciencias sociales de estudios similares. Umberto Eco realizó un comentario sobre el proceso investigador en el campo del arte: “Puede observarse cómo el arte se alimenta de toda la civilización de su época, reflejada en la inimitable reacción personal del artista, y en ella pueden estar actualmente presentes los modos de pensar, vivir y sentir de toda una época, los ideales y las tradiciones, las esperanzas y las luchas de una etapa histórica”<sup>1</sup>. Esta afirmación del escritor italiano también es aplicable al campo de la gestión en los call center, ya que un centro de llamadas no es independiente, sino una forma de actividad que entra en relación dialéctica con otros intereses y valores.

## 2.2 Antecedentes de la investigación

En la primera mitad de la década de 1990 aparecen los primeros centros de llamadas profesionales, con la presencia de agencias de tele marketing y atención de llamadas.

Incentivados por la privatización de las telecomunicaciones y por el auge de la herramienta en los países más desarrollados, lentamente al principio, y con mayor rapidez después, fueron apareciendo agencias de cierto nivel de profesionalización e inversión. Algunas de ellas de la mano de agencias de publicidad que vieron venir la importancia de tele marketing.

En la segunda mitad de la década de 1990, el mercado fue depurándose, las comercializadoras fueron paulatinamente dejando su lugar a las agencias profesionales por un lado y a los centros de llamadas internas por el otro.

Entre otros, son los factores que se presentan a continuación los que han

---

<sup>1</sup> ECO Humberto, 1985-172, “**La Definición del Arte**”, Ed Martinez Roca S.A., Barcelona 1970

contribuido al auge de los centros de llamadas:

- a) Con la llegada de la empresa española Telefónica, la tecnología de telecomunicaciones y de procesamiento de datos, se desarrolló aceleradamente en los últimos años de la década del 90.
- b) Los costos de las telecomunicaciones a nivel mundial cayeron drásticamente por razones tecnológicas y económicas, e hicieron que las llamadas de larga distancia se volvieran un factor competitivo para localizar centros de llamadas, incluso aquellos muy alejados geográficamente.
- c) La inversión en telecomunicaciones de la década de 1990 ubicó a nuestro país en un nivel de avanzada, superando incluso los ratios de países más desarrollados, debido a la alta digitalización de nuestra red pública, prácticamente toda la red era nueva.
- d) La crisis económica que dejó al país con un nivel de desempleo jamás visto en su historia, hizo que trabajar como tele operador fuera una alternativa para muchas personas, especialmente estudiantes con un medio y alto nivel cultural.

Los call centers se han multiplicado desde el decenio de 1990, generando una importante cantidad de mano de obra y significativos ingresos de divisas por exportación de servicios.

En la industria de tele marketing se condensa una nueva forma laboral, el tele operador, cuyas funciones responden a una lógica de producción en serie dentro del nuevo modelo de sociedad post industrial que se ha denominado sociedad de la información.

Entre otros datos: se calcula la existencia de una fuerza laboral de 2.86 millones de personas en Estados Unidos. Para otros países, una recopilación a partir de diversas fuentes nos ilustra un escenario como el



siguiente: Europa cuenta con 750 mil personas operando en esta industria <sup>2</sup>, en Francia hay 200 mil <sup>3</sup>, en la ciudad de México, se cuenta con alrededor de casi 190 mil personas (Instituto Mexicano del Telemarketing, 2005), en Centroamérica y el Caribe se espera la creación de 24 mil empleos en los años próximos .

Todo lo cual, nos dice la importancia de cuantificar la demanda del recurso humano en esta clase de nuevos negocios. Esta se realiza con la medición del número de demandantes o clientes cuyas llamadas arriban al sistema en busca de un servicio; es decir la investigación de un modelo dinámico.

En 1970, los investigadores de la Universidad of Wisconsin-Madison George E. P. Box y Gwilym M. Jenkins, desarrollan una metodología destinada a identificar, estimar y diagnosticar modelos dinámicos de series temporales en los que la variable tiempo juega un papel fundamental. Una parte importante de esta metodología está pensada para liberar al investigador en econometría de la tarea de especificación de los modelos dejando que los propios datos temporales de la variable a estudiar indiquen las características de la estructura probabilística subyacente.

Los procedimientos a analizar se contraponen a la "forma tradicional" de identificar y especificar un modelo apoyados en las teorías subyacentes al fenómeno analizado aunque, convenientemente utilizados, los conceptos y procedimientos a examinar constituyen una herramienta útil para ampliar y complementar los conocimientos econométricos básicos.

Una serie temporal, también conocida como serie cronológica o histórica, "es una sucesión de observaciones de una variable tomados

---

<sup>2</sup> Datamonitor, 2004, "***Call center outsourcing in latin america and the caribbean to 2008***"

<sup>3</sup> Novethic, 2005, "***syndicats font presion sur les call center***"

secuencialmente en el tiempo”<sup>4</sup>. El estudio de las series temporales pretende el conocimiento de una variable a través del tiempo, a partir de este conocimiento, y bajo el supuesto de que no se van a producir cambios estructurales, poder realizar predicciones.

Estudios recientes como “evaluación de las series temporales para la previsión de la demanda de emergencias sanitarias” de Díaz-Hierro y otros, que se publicó en la revista española Emergencias (2012), “Pronóstico de llamadas de emergencias sanitarias mediante modelos de series temporales”, realizado en la empresa Pública de Emergencias Sanitarias (EPES) en la ciudad de Málaga (2008), son ejemplos de investigaciones donde se aplican las técnicas de pronósticos al estudio de las demandas de llamadas. Aquí el análisis central está centrado en el uso de la metodología **ARIMA** de Box-Jenkins.

## 2.3 Bases teóricas

Como el personaje de Moliere se sorprendió al darse cuenta de que había estado hablando en prosa toda su vida, la mayoría de la gente se sorprende al saber que gran parte de las decisiones que toman tienen que ver con los pronósticos.

### 2.3.1 Predicción

La mayoría de los pronósticos requeridos para la toma de decisiones se maneja discrecionalmente en forma intuitiva, a menudo sin separar de manera explícita la tarea de elaborar los pronósticos y la toma de decisiones. Esto sucede aún dentro de las grandes organizaciones.

---

<sup>4</sup> Box, Jenkins y Reinsel, 2008, “***Time Series Analysis: Forecasting and Control***”,

Predecir según el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española (RAE) es "Anunciar por revelación, ciencia o conjetura, algo que ha de suceder". En el contexto de la ciencia y en particular en la ingeniería, la predicción ha tenido y tiene gran importancia. Son muchas las situaciones donde se requiere una predicción y no sólo en Ingeniería. Como prueba de esta aseveración baste pensar en los esfuerzos dedicados por los economistas por prever los ciclos económicos o los de algunos inversores para sacar el mayor provecho a la Bolsa adivinando la tendencia de los valores.

En Ingeniería la predicción está encaminada al control, a la optimización y a la seguridad de operación. Las técnicas usadas involucran en la mayoría de los casos modelos formulados como ecuaciones en diferencias. Estos modelos permiten realizar predicciones a corto plazo (de uno a unos cuantos periodos de muestreo), a medio plazo (unas decenas) o a largo plazo, siendo esta última situación indistinguible de la simulación.

La experiencia de los estudios sobre el particular, confirman que relativamente pocas empresas utilizan extensivamente los pronósticos de modo regular, aunque la evidencia que respalda sus ventajas es indiscutible e inequívoca, tanto para las organizaciones pequeñas como para las de mayor tamaño. Los juicios subjetivos y sin apoyo no son sin lugar a dudas, tan seguros y efectivos como los enfoques sistemáticos y explícitos de los pronósticos.

### **2.3.2 Límite de la predicción**

Desde principios de la década de 1970, ha aumentado de manera uniforme el compromiso con el uso de pronósticos en todo tipo de organizaciones. Varios factores han estimulado el interés en los pronósticos. Se pueden obtener beneficios importantes de la sistematización y concentración explícitas de la labor de predicción.

Sin embargo, a diferencia de muchas obras sobre el tema, la presente también tratará de presentar una visión pragmática de los pronósticos. Se presentarán, sin mayores trámites, los problemas de los errores de predicción y las limitaciones de los métodos para pronosticar (y las situaciones en las que se aplican). Uno de los principios en predicción es “reconocer lo que los pronósticos pueden y no pueden hacer, es tan importante como la obtención de los mismos”. El conocer y entender tales limitaciones ayudan al tomador de decisiones a desarrollar expectativas realistas con respecto a la situación de la decisión, y pueden ayudar a los que buscan mejores soluciones y técnicas mejoradas a utilizar adecuadamente las situaciones predictivas.

Durante los últimos años, se ha escuchado un gran número de críticas en relación con la poca habilidad de los pronosticadores para prevenirnos de los sucesos y cambios por venir. Además, los usuarios de pronósticos se han desilusionado debido a los grandes errores de predicción que han propiciado que la planificación y toma de decisiones pierdan el rumbo. Sin embargo, conviene hacer notar que a medida que han aumentado las quejas acerca de los pronósticos, también se han ampliado el número de peticiones y el interés por obtener predicciones adicionales. Reflexionando un poco, esto no es nada sorprendente, ya que cuando existe poca incertidumbre en el medio y las cosas se dan como se esperaban, hay menos necesidad de pronósticos formales, mientras que en ambientes inestables con alto grado de incertidumbre, la necesidad de tales predicciones es mayor.

Para comprender las ventajas y limitaciones de los pronósticos, es importante reconocer que todos los tipos y formas de técnicas de predicción son por naturaleza de extrapolación. (Para ser técnicamente correcto, este término debe incluir la interpolación, o sea, el predecir dentro de los datos existentes, lo cual puede

considerarse como un caso especial de la extrapolación.) Cuando se dispone de información histórica cuantitativa, los métodos de predicción utilizados se llaman cuantitativos. De no ser así, generalmente se les conoce con el nombre de métodos cualitativos/tecnológicos o discrecionales/subjetivos.

Desafortunadamente, los usuarios de las técnicas cuantitativas de pronósticos no disponen de una forma sencilla y confiable para pronosticar lo que sucederá cuando cambien patrones o relaciones establecidos. Debido a que los métodos cuantitativos basan sus pronósticos en extrapolaciones de patrones e interrelaciones pasados, tienen buenos resultados solamente cuando el futuro es similar al pasado o cuando sucede que los cambios (por casualidad) se eliminan.

### **2.3.3 Tipos de pronósticos**

Una de las dimensiones más sobresalientes en la que difieren las técnicas discrecionales y cuantitativas es su exactitud. Los datos numéricos y los métodos estadísticos pueden proporcionar respuestas precisas y objetivas, las cuales en muchas ocasiones pueden ser muy importantes. En otras, como en el ejemplo del tiempo de manejo, la exactitud podría no ser tan importante. Esta diferencia plantea la cuestión de si se pueden obtener pronósticos más exactos de los métodos cuantitativos que de los métodos discrecionales. En algunos casos, la respuesta es afirmativa; en otros, negativa. Como se verá en las secciones subsecuentes, comprender las circunstancias bajo las cuales cada tipo general de método funciona mejor es una de las claves para los pronósticos efectivos en la toma de decisiones.

En términos generales, en situaciones repetitivas donde los datos pueden recopilarse sistemáticamente, los métodos cuantitativos realmente proporcionaban predicciones más exactas.

Lamentablemente, la mente no procesa información de manera precisa y consistente, y la memoria falla cuando se trata de recordar información y datos. No obstante, es importante tener presente que tanto el juicio como los métodos cuantitativos trabajan con el mismo principio básico: la identificación de los patrones o relaciones existentes. La diferencia estriba en los métodos mediante los cuales se registra y procesa la información al preparar pronósticos.

Una forma útil de enfocar la identificación de patrones pasados y de su extrapolación al futuro es tratarlos como si comprendieran cuatro elementos: estacionalidad, tendencia, ciclicidad y aleatoriedad.

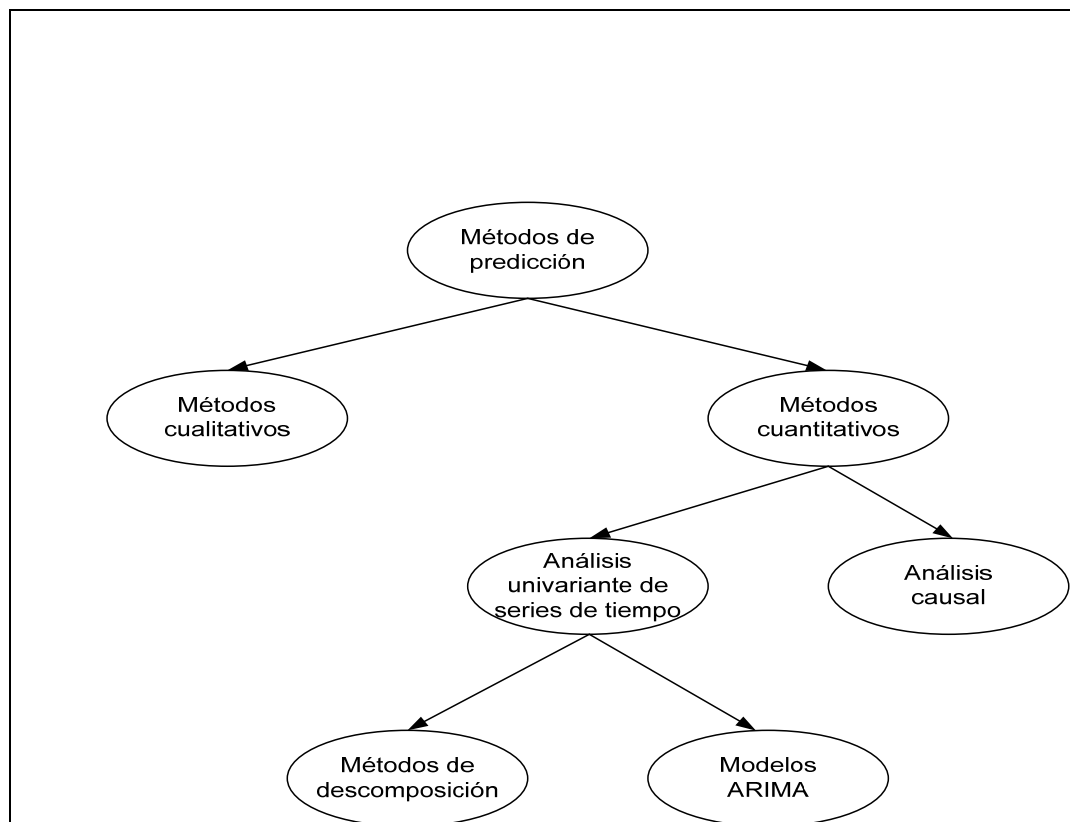
Una de las más grandes ventajas de los métodos cuantitativos es la facilidad que se tiene para identificar los elementos de estacionalidad, tendencia, ciclicidad y aleatoriedad de manera eficiente y razonablemente objetiva. Subsecuentemente, cada uno de los tres primeros elementos: estacionalidad, tendencia y ciclicidad, pueden extrapolarse para preparar pronósticos más exactos. Por definición, la aleatoriedad no puede pronosticarse, pero una vez que ha sido aislada, su magnitud se puede estimar y utilizar para determinar el alcance de la probable variación entre los resultados reales y pronosticados. En otras palabras, la aleatoriedad ayuda a determinar el alcance de la incertidumbre en las predicciones.

En los métodos discrecionales o cualitativos, los elementos de estacionalidad, tendencia y ciclicidad se infieren a través de la experiencia adquirida de observaciones repetidas. Sin embargo, debido a la manera en que funciona la memoria y el cerebro procesa la información, los métodos discrecionales no son mejores que los métodos cuantitativos cuando se trata de identificar la estacionalidad, tendencia y ciclicidad en situaciones como el ejemplo del traslado, en donde existen datos en abundancia y los patrones establecidos

permanecen constantes (o cambian lentamente) durante largos periodos.

## 2.4 La teoría de las series temporales

Durante las últimas tres décadas, se ha producido un importante incremento en el número de trabajos publicados sobre modelización y predicción de la demanda de los clientes.



Fuente: Propia

**Figura 2.1: Métodos de predicción**

Por ello, resulta necesario conocer que las técnicas estadísticas se muestran más adecuadas para la modelización y predicción de las diferentes variables en el proceso de la demanda del cliente.

Los métodos de predicción pueden ser agrupados en dos grandes categorías: métodos cualitativos y métodos cuantitativos<sup>5</sup>. En la figura 2.1 podemos observar una clasificación de los principales métodos de predicción utilizados.

Los primeros se emplean en aquellas situaciones en las que el pasado no proporciona información directa sobre el fenómeno considerado, como ocurre, por ejemplo, en marketing con la aparición de productos totalmente nuevos en el mercado, de los cuales no se tiene ningún tipo de referencia.

#### **2.4.1 Modelo de serie de tiempo**

En los métodos cuantitativos el objetivo es extraer toda la información posible contenida en los datos y, en base al patrón de conducta seguida en el pasado, realizar estimaciones sobre el futuro. El modelo de la serie de tiempos, es quizás el más común de los modelos de predicción cuantitativo<sup>6</sup>. En relación a este tipo de métodos, se pueden considerar dos enfoques alternativos: análisis univariante de series temporales y análisis causal.

Una serie de tiempo, también llamada serie cronológica o histórica, puede definirse como una sucesión cronológica de observaciones de una variable particular (Bowerman y otros). Una secuencia de cantidad de bienes enviados desde un proveedor o una serie de observaciones por hora dentro de un proceso químico (Box, Jenkins y Reinsel), son ejemplos de una serie cronológica. Básicamente, lo que se pretende con el estudio de las series temporales es el conocimiento de una variable a través del tiempo, a partir de este conocimiento, y bajo el supuesto de que no se van a producir cambios estructurales, poder realizar predicciones. Es, por

---

<sup>5</sup> Bowerman, O'Connell y Koehler, 2007, "**Pronósticos, Series de Tiempo Y Regresión: Un Enfoque Aplicado**"

<sup>6</sup> Makridakis y Wheelwright, 2010, "**Métodos de Pronósticos**",



tanto, la estabilidad temporal del conjunto de factores causales que operan sobre la variable dependiente, el elemento clave sobre el que se articulan las predicciones.

El análisis de serie de tiempos es concerniente con el desarrollo de modelos estocásticos y dinámicos para los datos de la serie de tiempos; y el uso de tales modelos en una importante área de aplicación<sup>7</sup>.

Existen muchísimos ejemplos de datos de serie de tiempo, siendo algunos:

- Ventas unitarias de un producto con respecto al tiempo.
- Tasa de desempleo con respecto al tiempo.
- Producción de un empleo con respecto al tiempo.
- Calidad del aire con respecto al tiempo.

En los modelos causales (también conocidos como modelos econométricos) se tienen en cuenta factores externos que pueden influir en las variables objeto de estudio. Una vez relacionadas estas variables, se desarrolla un modelo estadístico que describe la relación entre estas variables y la variable que se desea pronosticar. Por el contrario, en el análisis univariante no se necesita conocer ninguna relación de causalidad explicativa del comportamiento de la variable endógena.

Entre las técnicas univariantes existen algunas sencillas, como por ejemplo los modelos autorregresivos de primer orden, o los modelos de tendencia lineal o exponencial, mientras que otras técnicas

---

<sup>7</sup> Box, Jenkins y Reinsel, 2008, “***Time Series Analysis: Forecasting and Control***”,

resultan más complejas, (modelos Box-Jenkins o los modelos de función de transferencia).

El análisis de series temporales proporciona una solución ideal para el tratamiento de una serie de datos que se encuentren correlacionados. Su uso se encuentra ampliamente difundido en múltiples ámbitos, así como en sectores de muy diversa naturaleza se ha demostrado su validez predictiva y su utilidad en la ayuda para la toma de decisiones<sup>8</sup>. Un modelo de serie de tiempo puede ser apropiado para predecir los factores ambientales, como la economía en general y el nivel de empleo, o para pronosticar niveles de actividad, como los patrones de costos, en donde las decisiones individuales tienen un impacto pequeño, pero será apropiado para pronosticar las ventas mensuales que sean consecuencia de cambios de precios y de publicidad.

En las organizaciones actuales, se reconoce la importancia estratégica y el valor que puede aportar la utilización de técnicas de previsión en todas las áreas organizacionales.

Existen cinco áreas de aplicación de los modelos de serie de tiempos:

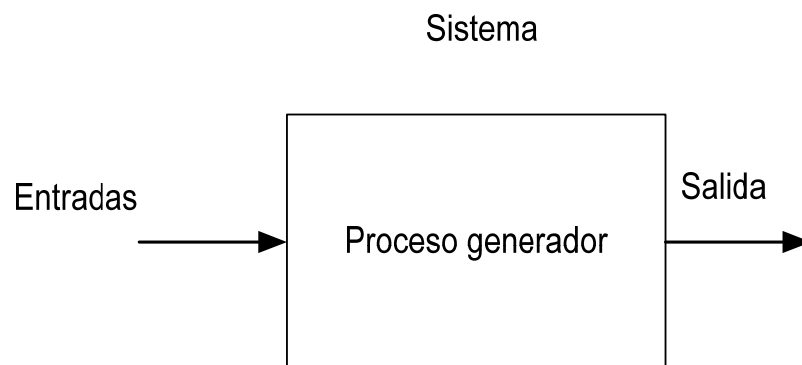
- a) El pronóstico de valores futuros.
- b) La determinación de funciones de transferencias.
- c) El uso de indicadores de variables de entrada en las funciones de transferencias para representar un modelo.
- d) El examen de las interrelaciones entre las variables de interés y la determinación de modelos dinámicos multivariantes.
- e) El diseño de sistemas de control.

---

<sup>8</sup> Makridakis, 2010, "**Métodos de Pronósticos**",

### 2.4.2 Modelos de caja negra

Los pronósticos de series de tiempo, consideran al sistema como una caja negra y no intenta descubrir los factores que afectan su comportamiento. Desde la figura 2.2 se muestra que el sistema es simplemente visto como un proceso generador desconocido con entradas y una salida.



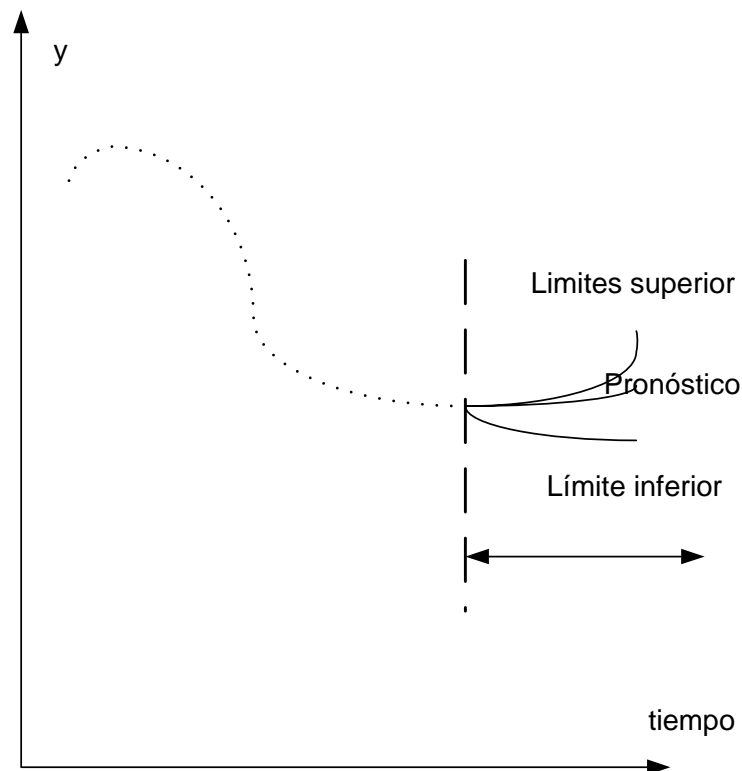
Fuente: Propia

**Figura 2.2: Caja negra**

Existen tres razones según Makridakis, para considerar un sistema como una caja negra. La primera “puede ser que no se entienda el problema, y aún si se explica, puede ser sumamente difícil medir las relaciones que se supone gobiernan su comportamiento”. Una segunda razón es pronosticar que sucederá; y la tercera empleando series de tiempo, el costo de predecir puede ser relativamente bajo. Ver la figura 2.3.

A menudo, los datos de la serie de tiempo se examinan con la esperanza de descubrir un patrón permanente que se pueda aprovechar para preparar un pronóstico. Con objeto de identificar dicho patrón es conveniente muchas veces pensar que la serie de tiempo consta de varios componentes:

- Tendencia
- Ciclo
- Variaciones estacionales
- Fluctuaciones irregulares



Fuente: Propia

**Figura 2.3: valores en una función de pronóstico**

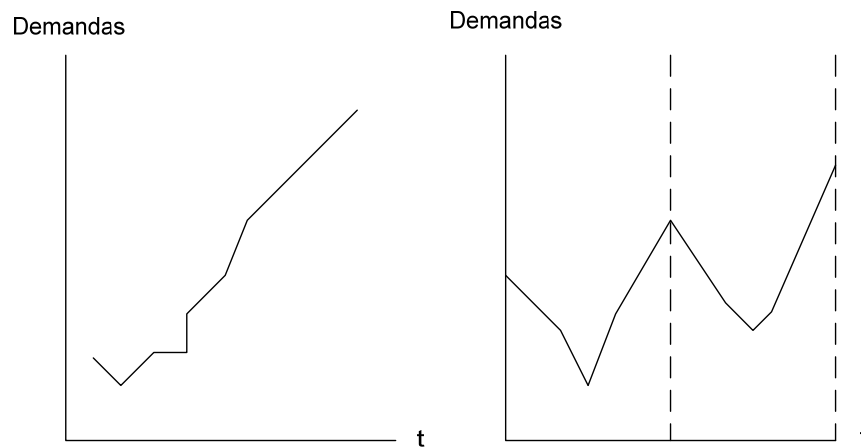
La tendencia se refiere al movimiento hacia arriba o hacia abajo que caracteriza a las series de tiempo con respecto a un periodo de tiempo.

El ciclo se refiere a los movimientos hacia arriba o hacia abajo alrededor de los niveles de tendencia.

Las variaciones estacionales son patrones periódicos en una serie de tiempo que se completa dentro de un año que se repite cada año.

Factores como el clima y las costumbres ocasionan las variaciones estacionales.

Las fluctuaciones irregulares son movimientos erráticos en una serie de tiempo que siguen un patrón indefinido o irregular. Ver la figura 2.4.



Fuente: Bowermann, “Pronósticos, Series de tiempo”

**Figura 2.4: Tendencia y variación estacional**

### 2.4.3 Modelos univariados

Las técnicas cuantitativas de predicción requieren el análisis de información anterior para pronosticar valores futuros de una variable en la que se tenga interés.

Un modelo univariable para pronóstico predice valores futuros de una serie de tiempo con base sólo en los valores anteriores de la misma serie de tiempo. Cuando se usa un modelo invariable, los datos anteriores se analizan con el objeto de identificar un patrón de datos. Luego, con el supuesto de que éste continuará en el futuro, este patrón se extrapola con el objeto de generar predicciones. Por lo tanto los modelos invariables para pronósticos son más útiles cuando es de esperarse que las condiciones sean las mismas; no son muy útiles

cuando se predice el impacto de los cambios en las estrategias administrativas.

La predicción univariante se utiliza en problemas económicos, principalmente con dos objetivos:

- La predicción de algunas variables explicativas de un modelo causal, cuando se espera que en el futuro conserven algunas de las características de su evolución en el pasado.
- La predicción a corto plazo, debido a su gran capacidad de recoger la dinámica en el comportamiento de la variable en estudio; además en condiciones normales, cuando no existen bruscas alteraciones con respecto a la experiencia reciente de la variable.

Entre las técnicas univariantes existen algunas sencillas, como por ejemplo los modelos autorregresivos de primer orden, o los modelos de tendencia lineal o exponencial, mientras que otras técnicas resultan más complejas, como son los modelos Box-Jenkins o los modelos de función de transferencia.

La identificación de un modelo apropiado, requiere combinar el examen de la información con una buena cantidad de intuición. La metodología de Box-Jenkins proporciona una colección más extensa de modelos y un procedimiento más sistemático para identificar un modelo apropiado. Debido a esto último la metodología de Box-Jenkins requiere más observaciones de la serie de tiempo que las otras técnicas.

“En teoría la metodología de Box-Jenkins se puede usar para pronosticar cualquier tipo de serie de tiempo. Es la más adecuada cuando los componentes de la serie de tiempo están cambiando conforme transcurre el tiempo” (Bowermann, 2007).

## 2.5 Modelos matemáticos

La herramienta de la autocorrelación es herramienta básica utilizada en la mayoría de los métodos avanzados, tales como ARMA de Wold, ARIMA de Box-Jenkins, ARARMA de Parzen y filtrado de Kalman.

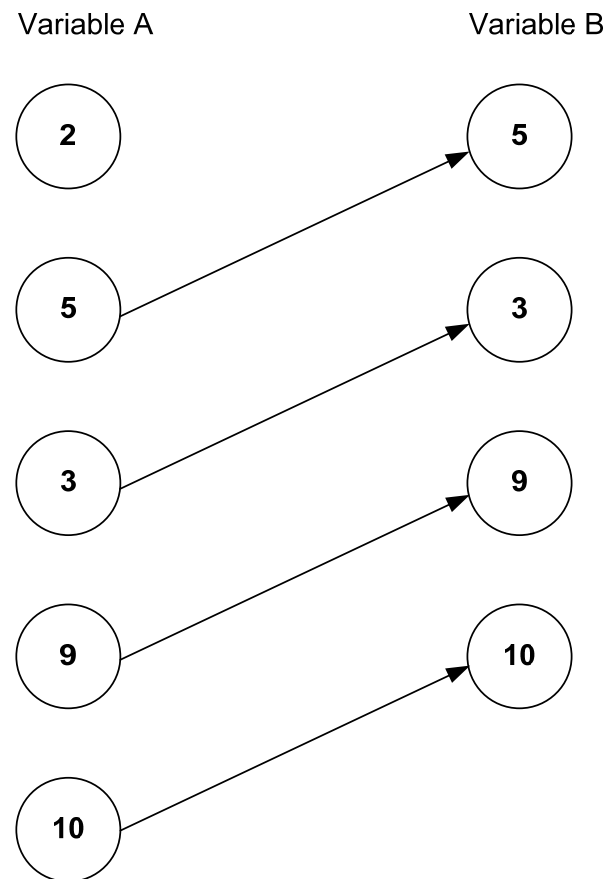
La herramienta de autocorrelación sirve para identificar el patrón básico y determinar el modelo apropiado que corresponde a la serie de datos. El coeficiente de correlación es la asociación entre dos variables y describe lo que tiende a sucederle a una de ellas si se da un cambio en la otra.

El grado de la relación varía entre -1 y +1. Un valor aproximado a +1 implica una fuerte relación positiva entre las dos variables. De modo semejante, un coeficiente de -1 expresa lo opuesto. Los aumentos se asociarán con una disminución. Un valor de cero indica que las variables no están relacionadas.

### 2.5.1 Coeficiente de autocorrelación

El grado de la relación de una autocorrelación se mide mediante el coeficiente de correlación, con la excepción de que describe la asociación entre valores de la misma variable, pero en diferentes periodos.

En la figura 2.5, las variables  $A$  y  $B$  se consideran como dos variables diferentes y separadas, aún cuando ambas provienen del mismo conjunto de datos. La variable  $B$  se construye eliminando el primer término de  $A$ . Es una creación de variables con rezagos de 1 tiempo.



Fuente: Makridakis

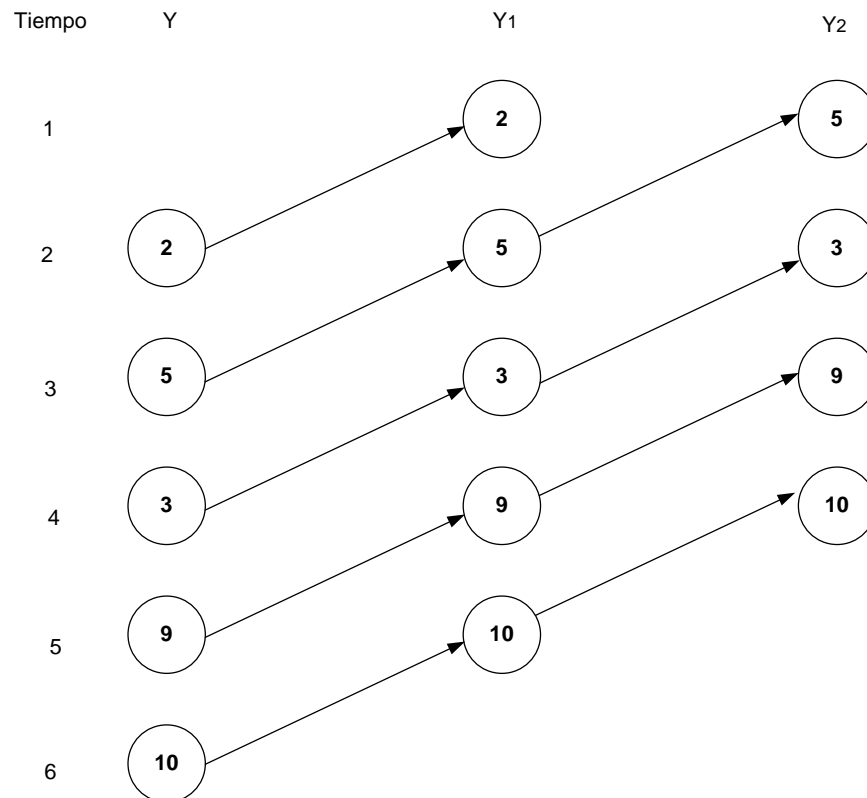
**Figura 2.5: Variables con rezago de 1 tiempo**

En la figura 2.6, se observa que  $Y_1$  es la variable  $Y$  pero que el primero empieza con el segundo valor. De igual modo  $Y_2$  es la variable  $Y$  pero que el primero empieza con el tercer valor.

Se considera que  $Y_1$  como  $Y$  son dos variables y se puede calcular su coeficiente de correlación. De la misma forma se puede evaluar para  $Y_2$  y  $Y$ ; así como también para  $Y_n$  y  $Y$ .

A todas estas variables que son derivadas de  $Y$ , a sus asociaciones se les denomina auto (que viene de la misma) correlación. La autocorrelación es una medida de asociación entre valores sucesivos de la misma variable.





Fuente: Propia

**Figura 2.6: Variables con rezago de 2 tiempos**

### 2.5.2 Alternativas de modelos de series de tiempos

Son tres grandes clases de modelos de series de tiempo que pueden describir cualquier tipo o patrón de datos de series de tiempo:

- a) Autorregresivos (**AR**)
- b) De promedio móvil (**MA**)
- c) De promedio móvil autorregresivo mixto (**ARMA**).

Un modelo autorregresivo tiene la forma siguiente:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t$$

Donde  $Y_t$  es la variable dependiente, y  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$  son las variables independientes. El término  $e_t$  se conoce como error o término residual, que representa las perturbaciones aleatorias que no se pueden explicar por el modelo.

Un segundo modelo, es el de promedio móvil; y tiene la forma siguiente:

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_p e_{t-q}$$

Donde  $Y_t$  es la variable dependiente, y  $e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}$  son los valores anteriores del error. El término  $e_t$  se conoce como error o término residual, que representa las perturbaciones aleatorias que no se pueden explicar por el modelo.

Un tercer modelo es el mixto que tiene la forma siguiente:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_p e_{t-q}$$

Donde  $Y_t$  es la variable dependiente, y  $e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}$  son los valores anteriores del error. El término  $e_t$  se conoce como error o término residual, que representa las perturbaciones aleatorias que no se pueden explicar por el modelo.

El modelo **AR** fue utilizado por Yule en 1926, **MA** por Slutsky en 1937; y en 1954 Wold explicó los modelos **ARMA**.

### 2.5.3 Modelos dinámicos

A menudo es importante derivar un modelo basado en leyes físicas, la que deberá servir para calcular el valor de algunas cantidades

dependientes del tiempo. En el caso de calcular la trayectoria de un misil, este es un modelo dinámico determinista.

No todos los fenómenos son totalmente determinísticos. En muchas situaciones con fenómenos dependientes del tiempo, como la demanda de llamadas telefónicas tienen muchos factores desconocidos; en consecuencia no es posible escribir un modelo determinista que permita calcular la conducta futura del fenómeno.

No obstante, es posible derivar un modelo que haga uso de las probabilidades de los valores futuros entre posibles límites. Tales modelos para series de tiempos son necesarios y se denominan modelos probabilistas o estocásticos.

Una serie de tiempos  $z_1, z_2, \dots, z_N$  de  $N$  sucesivas observaciones es tomada como una realización muestral desde una población infinita de tales series de tiempos; las que son generadas por los procesos estocásticos; más comúnmente denominados procesos.

Una importante clase de modelos estocásticos para describir series de tiempos que ha recibido gran atención, es los llamados modelos estacionarios. Los modelos estacionarios asumen que el proceso permanece en equilibrio estadístico, con una propiedad probabilística que no cambia sobre el tiempo, en particular variando un nivel promedio constante fijo y con una varianza constante. En actividades de la economía, muchas series de tiempo a menudo son representadas como no estacionarias y en particular no tienen un nivel promedio constante. Técnicas como las propuestas por Holt, Winters y Brown son apropiadas para modelos no estacionarios<sup>9</sup>.

---

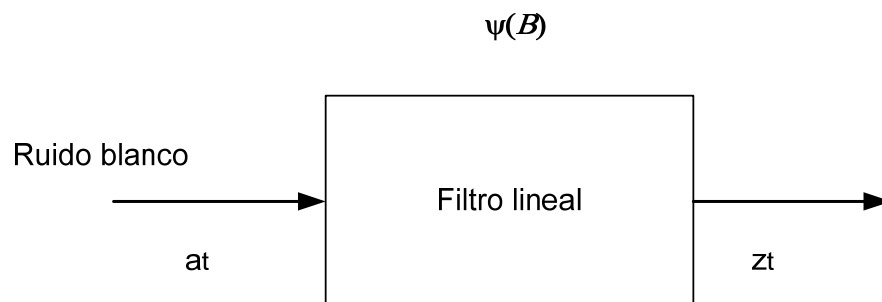
<sup>9</sup> Box, Jenkins y Reinsel, 2008, "***Time Series Analysis: Forecasting and Control***",

### 2.5.4 Filtros lineales

El operador de desplazamiento hacia atrás (*Backward Shift Operator*)  $B$  se define por  $Bz_t = z_{t-1}$  y  $B^m z_t = z_{t-m}$ . La operación inversa es desarrollada por el operador hacia adelante (*Forward Shift Operator*) y viene dado por  $F = B^{-1}$  y  $Fz_t = z_{t+1}$ , con  $F^m z_t = z_{t+m}$ . Otro operador importante es el operador de diferencia hacia atrás  $\nabla$ , definido por  $\nabla z_t = z_t - z_{t-1}$ ; lo que permite escribir como:

$$\nabla z_t = z_t - z_{t-1} = (1 - B)z_t$$

Los modelos estocásticos que se emplean se basan en observaciones de series de tiempos  $z_t$  cuyos valores con frecuencia pueden ser generados desde una serie de valores independientes  $a_t$ . Estos valores conocidos como *shock* provienen de una distribución fija, usualmente asumida como distribución normal con media cero y varianza  $\sigma_a^2$ . Tal secuencia de variables aleatorias  $a_t, a_{t-1}, a_{t-2}, \dots$  son llamados procesos de ruido blanco.



Fuente: Box-Jenkins

**Figura 2.7: Filtro lineal**

El proceso de ruido blanco  $a_t$  es transformado al proceso  $z_t$  por un filtro lineal atendiendo al operador  $\psi(B)$  (ver figura 2.7):

$$z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots = \mu + \psi(B) a_t$$

En general  $\psi(B)$  es planteado como:

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots$$

La secuencia  $\psi_1, \psi_2, \dots$  formada por los pesos, se dice que es estable y el proceso  $z_t$  es estacionario si cumple:

$$\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$$

En otro caso el proceso  $z_t$  es no estacionario.

En un modelo autorregresivo se tiene el operador:

$$\phi(B) \tilde{z}_t = a_t$$

Que es equivalente a

$$\tilde{z}_t = \phi^{-1}(B) a_t = \psi(B) a_t$$

En un modelo de promedio móvil se tiene el operador:

$$\tilde{z}_t = \theta(B) a_t$$

En un modelo ARMA se cumple:

$$\phi(B) \tilde{z}_t = \theta(B) a_t$$

Este modelo emplea  $p + q + 2$  parámetros desconocidos:

$$\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p, \sigma_a^2$$

### 2.5.5 Modelos no estacionarios

En muchas series de tiempos que se encuentran en la economía, exhiben conductas no estacionarias, en particular porque no poseen una media fija.

El nivel de fluctuaciones ocurre en diferentes puntos de tiempo. Tales conductas son representadas por un operador autorregresivo generalizado  $\varphi(B)$ , donde uno o más ceros de la raíz del polinomio se encuentran en un círculo unitario. Si existen  $d$  raíces unitarias y las otras raíces se encuentran fuera del círculo, el operador  $\varphi(B)$  puede escribirse como:

$$\varphi(B) = \phi(B)(1 - B)^d$$

Donde  $\phi(B)$  es el operador autorregresivo estacionario. Esto es un modelo que puede representar conductas no estacionarias homogéneas es de la forma:

$$\varphi(B)z_t = \phi(B)(1 - B)^d z_t = \theta(B)a_t$$

Esto es,

$$\phi(B)w_t = \theta(B)a_t$$

Donde

$$w_t = (1 - B)^d z_t = \nabla^d z_t$$

La conducta no estacionaria homogénea a menudo es representada por un modelo que llama a la  $d$ -ésima diferenciación del proceso para

ser estacionario. En la práctica  $d$  es usual entre los valores 0, 1 y 2. Para el caso de  $d = 0$ , el proceso tiene conducta estacionaria.

El proceso  $\phi(B)w_t$  provee un poderoso modelo para describir procesos de series de tiempos con conductas estacionarias y no estacionarias. Es conocido como modelos autorregresivos integrados de medias móviles (procede del término anglosajón *Autorregresive, Integrated and Moving Average*), o ARIMA de orden  $(p, q, d)$ ; y viene definido por:

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \dots + \phi_p w_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Con

$$w_t = \nabla^d z_t$$

El modelo ARIMA es la integración del proceso estacionario ARMA con  $w_t$  diferenciado  $d$  veces.

## 2.6 Metodología Box-Jenkins

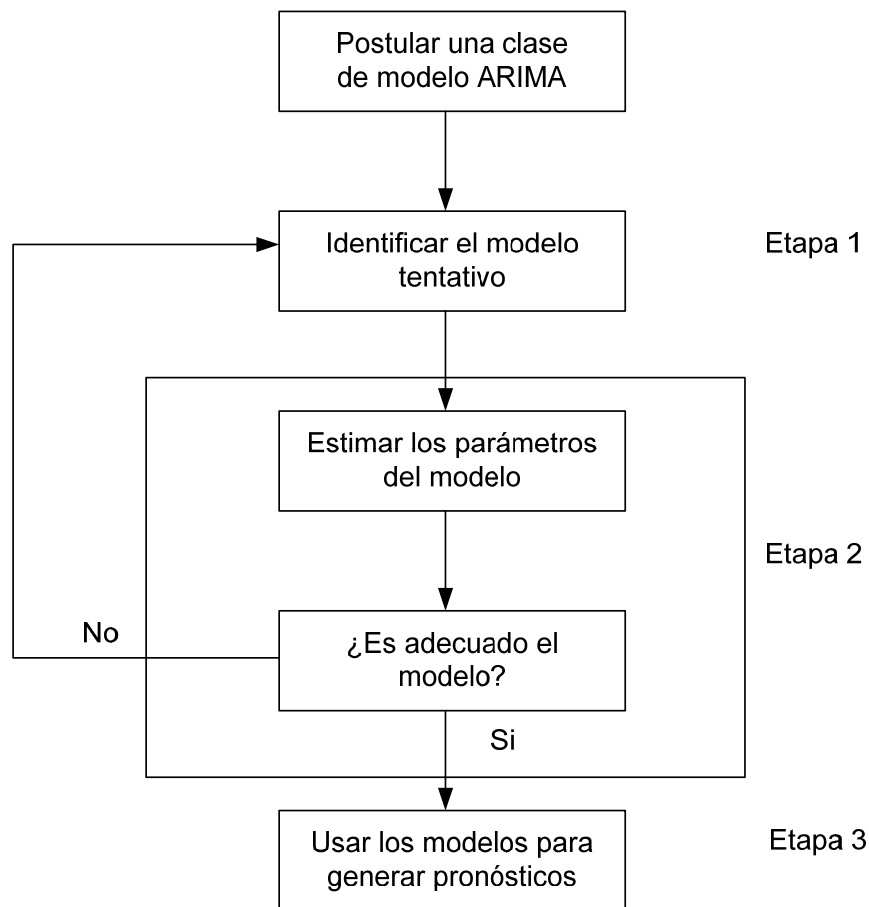
La metodología de los modelos ARIMA fue formalizada por Box y Jenkins en 1976, de allí que también se les denomina modelos Box-Jenkins. Este enfoque parte del hecho de que la serie temporal que se trata de predecir, es generada por un proceso estocástico cuya naturaleza puede ser caracterizada mediante un modelo. Para efectuar la estimación de un modelo ARIMA se requiere de una serie temporal diaria, mensual, trimestral, etc. que cuente con un elevado número de observaciones. La metodología Box-Jenkins consiste en encontrar un modelo matemático que represente el comportamiento de una serie temporal de datos, y permita hacer previsiones únicamente introduciendo el período de tiempo correspondiente.

### 2.6.1 Introducción

La metodología Box-Jenkins proporciona una forma apropiada para modelar o encontrar modelos dinámicos para emplearlos en pronóstico y control. En la figura 2.8, se presentan los 5 pasos del método, distribuidos en tres etapas con la finalidad de construir modelos de series de tiempo univariadas:

- a) Considerar una clase útil de modelo ARIMA. Para los propósitos a considerar.
- b) Identificar el modelo tentativo por ser la clase demasiado extensa, identificando una subclase.
- c) Estimar los parámetros del modelo, después de la identificación.
- d) Efectuar chequeos o diagnósticos con la finalidad de contar con un modelo listo a usar.
- e) Usar los modelos para generar pronósticos.





Fuente: Box-Jenkins

**Figura 2.8: Método de predicción de Box-Jenkins**

Una parte importante de esta metodología está pensada para liberar al investigador de la tarea de especificación de los modelos dejando que los propios datos temporales de la variable a estudiar nos indiquen las características de la estructura probabilística subyacente. En parte, los procedimientos a analizar se contraponen a la "forma tradicional" de identificar y especificar un modelo apoyados en las teorías subyacentes al fenómeno analizado.

Se inicia, analizando los modelos en los que una variable es explicada utilizando exclusivamente una "variable exógena", su propio pasado. La consideración exclusiva de los valores pasados de

una determinada variable para explicar su evolución presente y futura supone, al mismo tiempo, un pro y un contra:

- El pro radica en el hecho de no necesitar distintas series de datos (distintas variables) referidas al mismo período de tiempo (característica común a todos los modelos univariantes).
- El contra es, renunciar a la inclusión de un conjunto más amplio de variables explicativas, no se consideran a las relaciones que sin duda existen entre casi todas las variables económicas perdiendo capacidad de análisis al tiempo que se renuncia, al estudio teórico previo del fenómeno y a su indudable utilidad.

### 2.6.2 Proceso estocástico estacionario

La principal base para el desarrollo de las series de tiempos, es el supuesto del equilibrio estático. En particular el supuesto de la clase, ser estacionario.

Usualmente una serie de tiempos estacionaria es descrita por la media, varianza y la función de autocorrelación.

Las observaciones desde una serie temporal discreta en los tiempos  $t_1, t_2, \dots, t_N$  denotados por  $z(t_1), z(t_2), \dots, z(t_N)$ , pueden ser capturadas desde uno de dos caminos:

- a) Por muestreo desde un tiempo continuo.
- b) Acumulación de la variable sobre un periodo de tiempo.

Un proceso estocástico se dice que un proceso estrictamente estacionario, si sus propiedades son invariantes con respecto a un

desplazamiento en el tiempo (variación de  $t$ ). Es decir, considerando que  $t_1, t_2, \dots, t_m$  sus asociadas distribuciones conjuntas es la misma con  $m$  observaciones  $z(t_1+k), z(t_2+k), \dots, z(t_m+k)$ , hecho en los tiempos  $t_1+k, t_2+k, \dots, t_m+k$ . Es decir en un proceso discreto estrictamente estacionario, no está afectado por el desplazamiento de todas las observaciones hacia adelante o hacia atrás por cualquier cantidad entera  $k$ .

La media de un proceso estocástico, estimado desde una media muestral es evaluada como:

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i$$

La varianza  $\sigma_z^2$  de un proceso estocástico, estimado desde una varianza muestral es:

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2$$

Los coeficientes de autocorrelación y autocovarianza desde el supuesto de una asunción estacionaria, la función de distribución conjunta  $p(t_1, t_2)$  es la misma para cualquier tiempo  $t_1, t_2$ .

La covarianza será llamada autocovarianza en  $k$  y es definida como:

$$\gamma_k = cov[z_t, z_{t+k}] = E[(z_t - \mu)(z_{t+k} - \mu)]$$

Similarmente, la autocorrelación en  $k$  es:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{E[(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(x_t - \mu)^2]E[(x_{t+k} - \mu)^2]}} \\ &= \frac{E[(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu)]}{\sigma_x^2} \end{aligned}$$

Para procesos estacionarios, la varianza  $\sigma_x^2 = \gamma_0$  es el mismo en el tiempo  $t+k$  como en el tiempo  $t$ . Entonces la autocorrelación en  $k$  es igual a la expresión:

$$\rho = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

Que implica que  $\gamma_0 = 1$ .

Esta definición de estacionariedad se conoce como estacionariedad en sentido estricto o fuerte y puede relajarse sustancialmente utilizando la denominada estacionariedad en sentido amplio o débil.

Desde el concepto genérico de proceso estocástico puede decirse que una serie temporal es, en realidad, una muestra, una realización concreta con unos valores concretos de un proceso estocástico teórico, real. El análisis de series que se estudia se trata, a partir de los datos de una serie temporal, inferir las características de la estructura probabilística subyacente, del verdadero proceso estocástico.

### 2.6.3 Condiciones para los modelos ARIMA

Bajo condiciones generales, todo proceso estocástico estacionario se presta a una especificación tipo **AR** ( $p$ ) y en consecuencia se expresa también como un **MA** ( $q$ ). A continuación se especifica lo que se ha llamado "condiciones generales" y se examina en qué casos es posible la realización de un proceso **AR** ó **MA** para representar un proceso estocástico estacionario.

Para que un proceso estocástico estacionario admita una formulación del tipo que aquí se estudia han de cumplirse dos condiciones accesorias:

- a) El proceso no debe ser anticipante (hipótesis de recursividad temporal); lo que quiere decir que los valores de una variable en un momento  $t$  no dependerán de los que esta misma tome en  $t+k$ , siendo  $k$  cualquier valor superior a cero.
- b) El proceso ha de ser invertible; lo que supone que la correlación entre una variable y su pasado va reduciéndose a medida que nos alejamos más en el tiempo del momento para el que estamos considerando dicha correlación (proceso ergódico). La explicación intuitiva de esta situación derivaría de que si especificáramos una variable en función de ciertos coeficientes que nos determinen su correlación con los valores pasados de ella misma, los valores de dichos coeficientes deberían ser necesariamente inferiores a uno, porque sino el proceso de infinitos números sería "explosivo".

La aproximación a los procesos estocásticos con modelos **AR** o **MA** está restringida, en términos generales, a aquellos procesos estocásticos que cumplan, al menos de forma débil, la restricción de

estacionariedad. Cuando, en la realidad, queremos inferir a partir de una serie temporal (muestra) la estructura del proceso estocástico mediante modelos **AR** ó **MA**, se deben cubrir dos etapas:

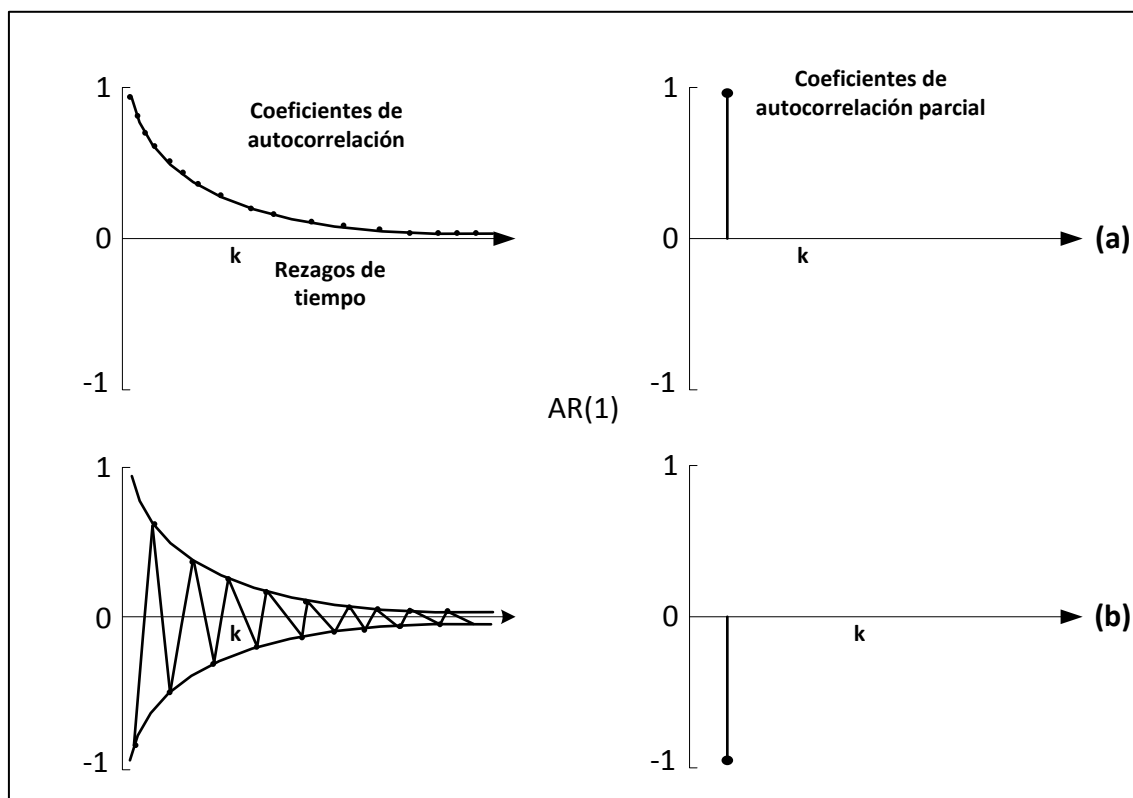
- a) Asegurar que la serie temporal, como muestra del proceso estocástico, es estacionaria.
- b) En otro caso transformar la serie temporal original de forma que la nueva serie transformada si lo cumpla.

Una vez que los datos son estacionarios, se identifican  $p$  y  $q$  por las observaciones de las autocorrelaciones y las autocorrelaciones parciales de los datos diferenciados.

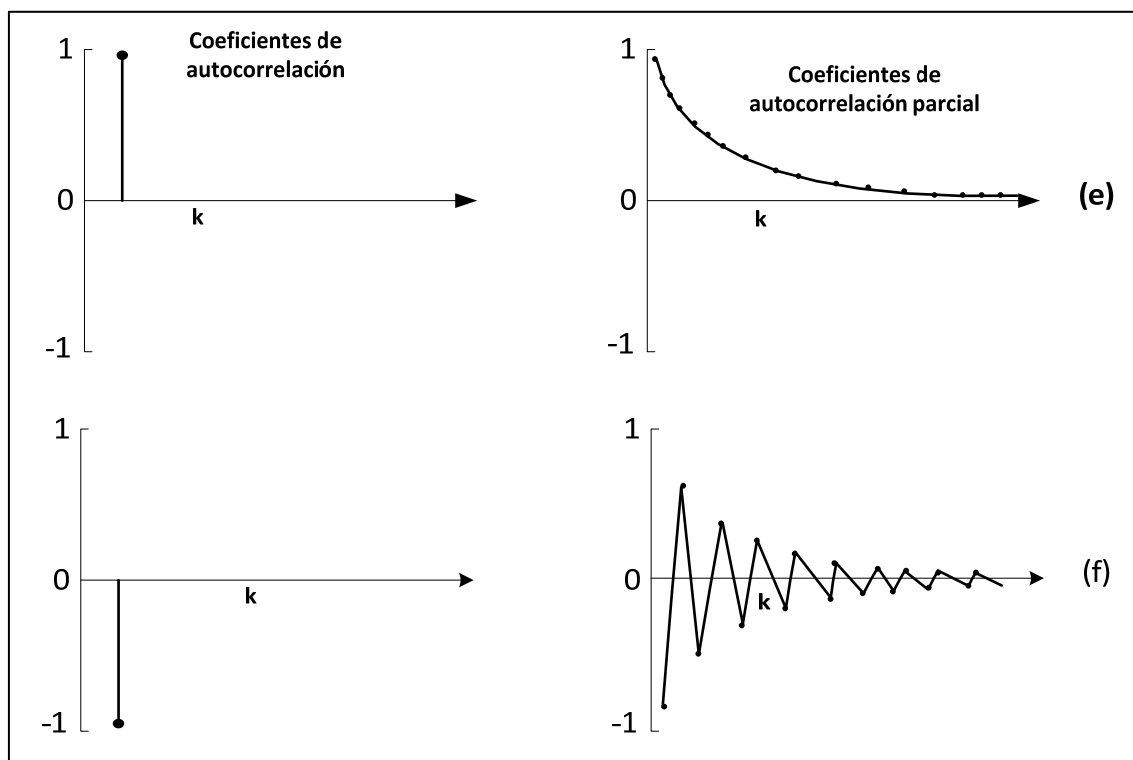
En la figura 2.9, se presentan las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales para el caso de  $p = 1$  y  $q = 1$ . En la figura 2.10, se presentan las mismas funciones para  $p = 2$  y  $q = 2$ .

Se observa como una regla general que cuando las autocorrelaciones se acercan exponencialmente a 0, el modelo es **AR** y su orden se determina por el número de autocorrelaciones parciales que son significativamente diferentes de 0.

Si las autocorrelaciones parciales se acercan exponencialmente a 0, el modelo es **MA** y su orden se determina por el número de autocorrelaciones estadísticamente significativa.



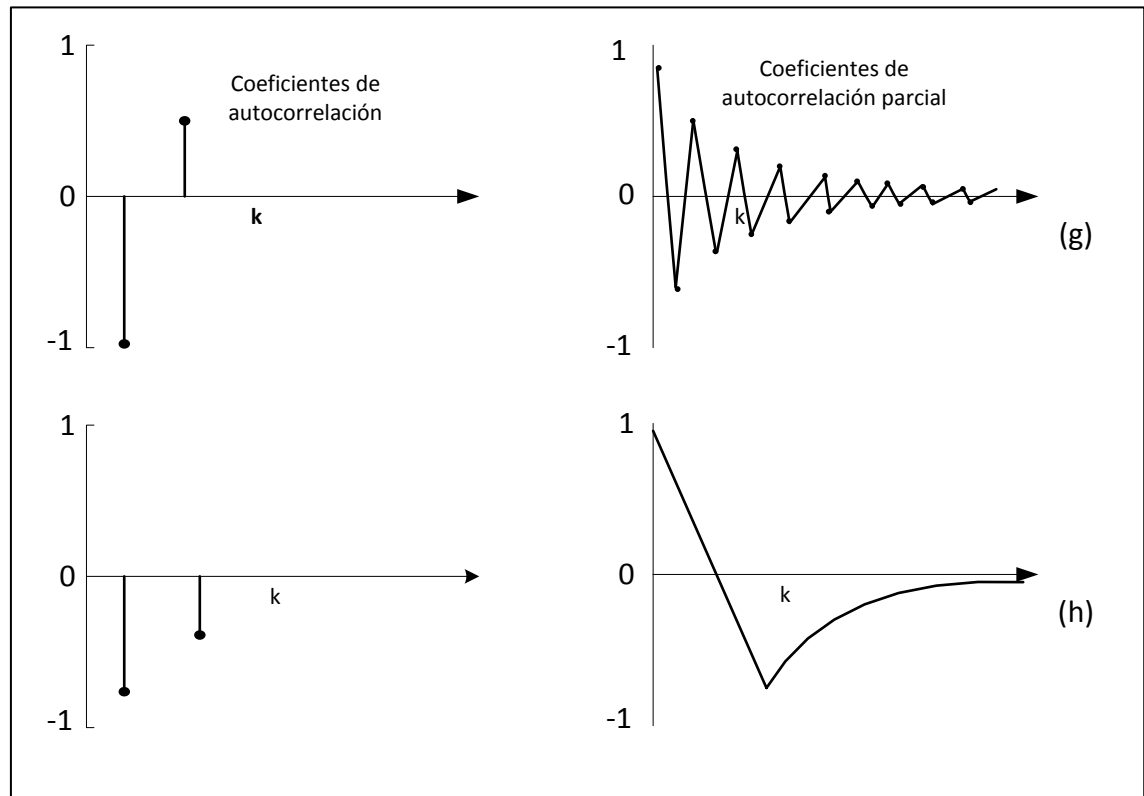
a) AR(1)



b) MA(1)

Figura 2.9: Funciones a) AR(1) y b) MA(1)

a) AR(2)

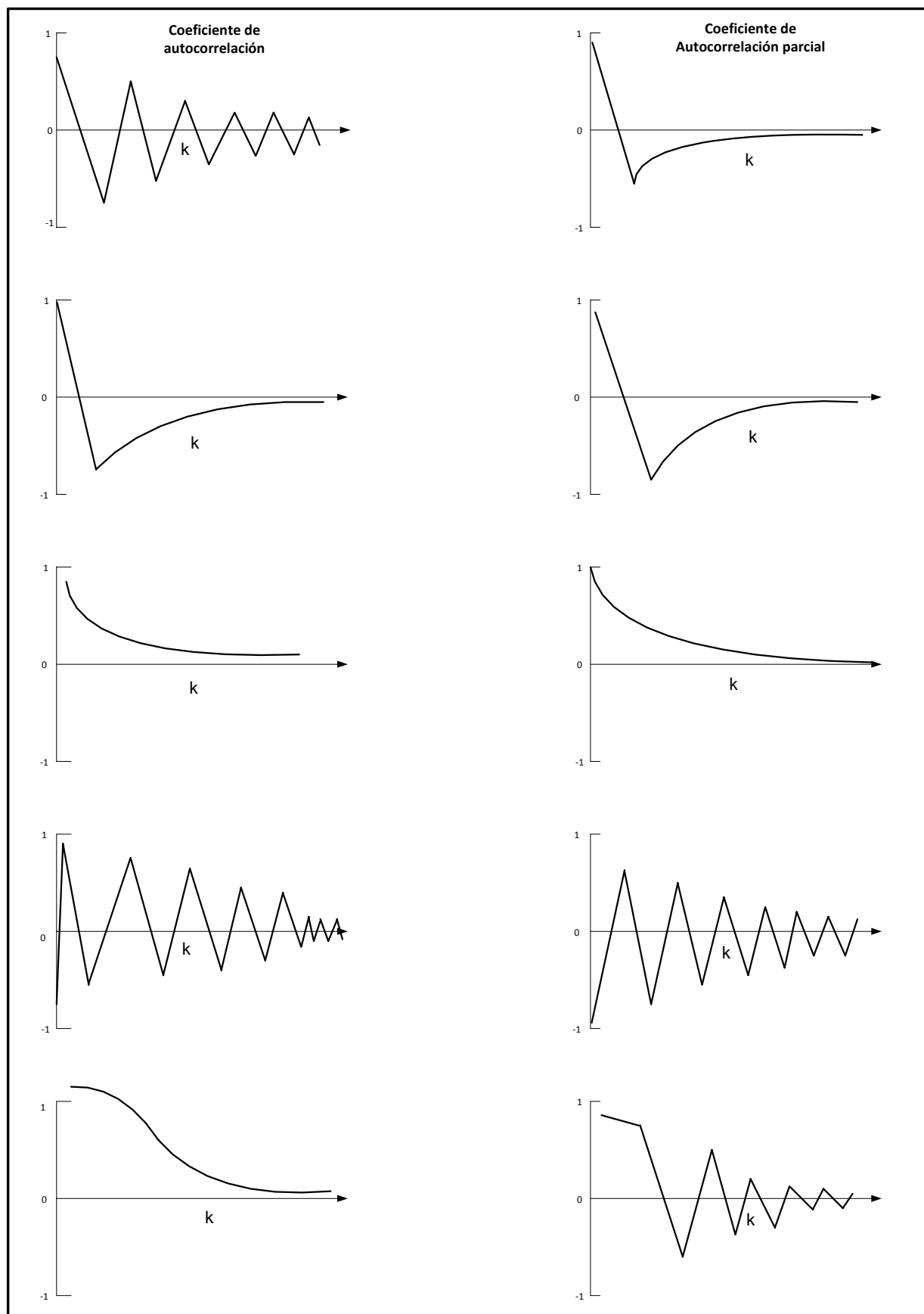


b) MA(2)

Figura 2.10: Funciones a) AR(2) y b) MA(2)

En la figura 2.11, se observa que cuando las autocorrelaciones y las autocorrelaciones parciales se acercan exponencialmente a 0, el modelo es **ARMA** mixto.





**Figura 2.11: Funciones AR(1) y MA(1) combinado**

## 2.7 MARCO CONCEPTUAL

**ADMINISTRACIÓN:** Conjunto ordenado y sistematizado de principios, técnicas y prácticas que tiene como finalidad apoyar la consecución de los objetivos de una organización a través de la provisión de los medios necesarios para obtener los resultados con la mayor eficiencia, eficacia y congruencia; así como la óptima coordinación y aprovechamiento del personal y los recursos técnicos, materiales y financieros.

**ANÁLISIS:** Descomposición del todo en sus partes para extraer conocimiento.

**BENCHMARKING:** Filosofía japonesa en la que se analiza a la competencia para aprender de ellos y mejorarlos.

**CAUSA-EFECTO:** Reflejo de la acción entre un problema y sus posibles causas, y proporcionan la oportunidad de desarrollarla, explorarla y analizarla.

**CLIENTE:** Es quien accede a un producto o servicio por medio de una transacción financiera (dinero) u otro medio de pago. Quien compra, es el comprador, y quien consume el consumidor.

**CLIMA ORGANIZACIONAL:** Concepto que se refiere a las percepciones del personal de una organización con respecto al ambiente global en que desempeña sus funciones.

**COMPETENCIA:** Término empleado para indicar rivalidad entre un agente económico (productor, comerciante o comprador) contra los demás, donde cada uno busca asegurar las condiciones más ventajosas para sí. Es el ejercicio de las libertades económicas. Facultad atribuida a un órgano para conocer determinados asuntos específicamente.

**COMPETIDOR:** Se refiere a la empresa que oferta un producto o servicio similar o que tiene el mismo proveedor.

**COMPETITIVIDAD:** Expresión utilizada para comparar la estructura de costos del proceso de producción, principalmente mano de obra y materias primas, tecnología, diferenciación de productos y tamaño del mercado, entre otros factores, de un productor con respecto a otros productores internos o externos de productos con igual calidad.

**CONOCIMIENTO:** Facultad o efecto de conocer. Poseen conocimiento aquellos seres capaces de traer a su conciencia (vid. CONCIENCIA) el mundo que les rodea o su propia realidad. Por el conocimiento, el sujeto entra con las cosas conocidas en la relación sujeto-objeto. Existen grados distintos de conocimiento (de "luces"), desde el conocimiento animal hasta la visión beatífica.

**CONFLICTO:** La insistencia simultanea de exigencias, oportunidades, necesidades o metas incompatibles.

**CREATIVIDAD:** Generación de una idea nueva.

**CRITERIOS DE EVALUACIÓN.** Referentes que se adoptan para establecer una comparación con el objeto evaluado. En el caso del aprendizaje, suelen fijarse como criterios una serie de objetivos o competencias que el estudiante debe alcanzar.

**DIAGNOSTICO:** Etapa de la consultaría en la cual se describe, sin evaluarse, la situación actual de una organización, de un grupo o de una persona.

**EFFECTIVIDAD:** Cumplimiento al ciento por ciento de los objetivos planteados.

**EFICACIA:** Capacidad de lograr los objetivos y metas programadas con los recursos disponibles en un tiempo predeterminado.

Capacidad para cumplir en el lugar, tiempo, calidad y cantidad las metas y objetivos establecidos.

**EFICIENCIA:** Uso racional de los medios con que se cuenta para alcanzar un objetivo predeterminado; es el requisito para evitar o cancelar dispendios y errores.

Capacidad de alcanzar los objetivos y metas programadas con el mínimo de recursos disponibles y tiempo, logrando su optimización.

**EMPOWERMENT (EMPODERAMIENTO):** Concepto de delegación de responsabilidades, potenciando las iniciativas y capacidades personales y profesionales de los empleados al máximo. En un ambiente de servicio han de estar capacitados para realizar lo que satisfaga al cliente sin miedo a las quejas por parte de la dirección.

**EMPRESA:** Unidad productora de bienes y servicios homogéneos para lo cual organiza y combina el uso de factores de la producción.

Organización existente con medios propios y adecuados para alcanzar un fin económico determinado. Compañía o sociedad mercantil, constituida con el propósito de producir bienes y servicios para su venta en el mercado.

**ENFOQUE AL CLIENTE:** Método de Gestión, basado en identificar y desplegar internamente los requisitos cuyo desarrollo satisface las necesidades y expectativas de los clientes, y en priorizar coherentemente los procesos de la organización que repercuten en su satisfacción.

**GESTIÓN:** Gestionar una organización es movilizar todos sus posibles recursos y energías para que consiga cumplir su misión.

**GRUPOS DE INTERÉS:** Este término hace referencia a todos los grupos que son o pueden ser afectados por las acciones y éxito de la organización. Ejemplos: los clientes, los empleados, los socios/aliados, los accionistas, y las comunidades locales y profesionales.

**HIPÓTESIS:** Antecedente de una proposición condicional o hipotética. Enunciado que sólo se puede probar por sus consecuencias.

**HOLISMO:** Teoría inversa del mecanicismo, que supone a los procesos físico-químicos como dependientes o derivados de los biológicos.

**INDICADOR DE EFICIENCIA:** Elemento de estadística que permite identificar la relación que existe entre las metas alcanzadas, tiempo y recursos consumidos con respecto a un estándar, una norma o una situación semejante. Posibilita dimensionar el logro del máximo de resultados con el mínimo de recursos utilizados.

**INDICADOR ESTRATÉGICO:** Parámetro cualitativo y/o cuantitativo que define los aspectos relevantes sobre los cuales se lleva a cabo la evaluación para medir el grado de cumplimiento de los objetivos planteados en términos de eficiencia, eficacia y calidad, para coadyuvar a la toma de decisiones y corregir o fortalecer las estrategias y la orientación de los recursos.

**MAPA DE PROCESOS:** Representación gráfica o explicación escrita de la secuencia e interacción de los diferentes procesos que tienen lugar en una Organización.

**META:** Es la cuantificación del objetivo que se pretende alcanzar en un tiempo señalado, con los recursos necesarios.

**MÉTODO:** Proceso o camino sistemático establecido para realizar una tarea o trabajo con el fin de alcanzar un objetivo predeterminado.

**METODOLOGÍA:** Parte de la lógica que estudia los métodos (y sus formas lógicas especiales) para la investigación.

**MODELAMIENTO:** Tipo de aprendizaje en el que una persona aprende observando el comportamiento deseado en otras personas.

**MODELO:** Descripción simplificada y práctica del funcionamiento de algo.

**OPORTUNIDAD DE MEJORA:** Diferencia detectada en la organización, entre una situación real y una situación deseada. La oportunidad de mejora puede afectar a un proceso, producto, servicio, recurso, sistema, habilidad, competencia o área de la organización.

**PLAN:** Documento que contempla en forma ordenada y coherente las metas, estrategias, políticas, directrices y tácticas en tiempo y espacio, así como los instrumentos, mecanismos y acciones que se utilizarán para llegar a los fines deseados. Un plan es un instrumento dinámico sujeto a modificaciones en sus componentes en función de la evaluación periódica de sus resultados.

**POLÍTICA DE LA CALIDAD:** Intenciones globales y orientación de una organización relativas a la calidad tal como se expresan formalmente por la alta dirección.

**PROCEDIMIENTO:** Sucesión cronológica de operaciones concatenadas entre sí, que se constituyen en una unidad de función a la realización de una actividad o tarea específica dentro de un ámbito predeterminado de aplicación. Todo procedimiento involucra actividades y tareas del personal, determinación de tiempos de métodos de trabajo y de control para lograr el cabal, oportuno y eficiente desarrollo de las operaciones.

**PROCESO:** Un conjunto de acciones integradas y dirigidas hacia un fin. Una acción continua u operación o serie de cambios o tareas que ocurren de manera definida. La acción y el efecto de continuar de avanzar, en especial del tiempo.

**PROCESO DE MEJORA:** Proceso sistemático de adecuación de la organización a las nuevas y cambiantes necesidades y expectativas de clientes y otras partes interesadas, realizada mediante la identificación de oportunidades de mejora, y la priorización y ejecución de proyectos de mejora.

**PRODUCTIVIDAD:** Relación entre el producto obtenido y los insumos empleados, medidos en términos reales; en un sentido, la productividad mide la frecuencia del trabajo humano en distintas circunstancias; en otro, calcula la eficiencia con que se emplean en la producción los recursos de capital y de mano de obra.

**PROVEEDOR:** Persona física o jurídica que suministra productos o servicios (subcontratista) que deben satisfacer unas especificaciones de calidad y requisitos fijados.

**RECURSOS:** Son los medios que se emplean para realizar las actividades. Por lo general son: humanos, financieros, materiales, energía y tiempo.

**REINGENIERÍA:** Repensar y rediseñar los procesos operacionales y las estructuras organizacionales, centrado en las capacidades centrales de la organización.

**REQUERIMIENTO:** Es un aspecto del producto o servicio deseado por los clientes, que puede ser interno o externo.

**SATISFACCIÓN DEL CLIENTE:** Percepción del cliente sobre el grado en que se han cumplido sus requisitos.

**TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN:** Han sido conceptualizadas como la integración y convergencia de la computación microelectrónica, las telecomunicaciones y la técnica para el procesamiento de datos, sus principales componentes son: el factor humano, los contenidos de la información, el equipamiento, la infraestructura material, el software y los mecanismos de intercambio electrónico de información, los elementos de política y regulaciones y los recursos financieros.

**VALOR AGREGADO:** Es la cualidad mejorada de un producto o servicio, que ha sido modificada o aumentada por la organización, y cuyo mérito es reconocido por el cliente o consumidor.

**VENTAJA COMPETITIVA:** Diferencia positiva generada por una organización respecto de otras que participan en el mismo mercado, debido a una mejor gestión de sus recursos, o a procesos superiores, o a productos altamente diferenciados.



## CAPITULO III : METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

### 3.1 Diseño de la investigación

En este capítulo, se describe la secuencia de pasos ejecutados durante el proceso empírico de recolección de la información necesaria, a fin de verificar la hipótesis y el modelo de predicción planteado en el presente estudio.

La metodología de investigación utilizada fue experimental aplicada. La metodología experimental, permite modificar las variables del modelo de predicción y observar los fenómenos, tal y como se dan en su contexto natural. Esta metodología se está aplicando con resultados muy satisfactorios en la generación de propuestas metodológicas, como es el presente caso.

Se intenta resolver un problema actual, vigente en las organizaciones donde se requiere una exhaustiva labor de planificación para pronosticar la demanda de llamadas, como producto del planeamiento, pero, las herramientas actuales, obtienen un producto que implica uso excesivo de tiempo.

### 3.2 Método cuantitativo

El análisis cuantitativo fue realizado a partir del diseño del modelo de análisis Box-Jenkins. En este trabajo, se presenta un diseño, perteneciente a la clase de **ARIMA**, para la construcción del modelo, que cuantificará las demandas de llamadas. Las unidades de observación consideradas son: metodologías de diversos autores, conocimiento y experiencia del investigador, e investigadores de la UNMSM.

La metodología de investigación utilizada fue la investigación en la acción,

propuesta por el psicólogo Kurt Lewin en 1946. Esta metodología se está aplicando con resultados muy satisfactorios en la generación de propuestas metodológicas, como es el presente caso. Se registró, en el campo, los aportes y los modelos de solución de otros autores: el asesor, personal de Investigación y Desarrollo de las organizaciones, investigaciones reportadas, y la propuesta del tesista. El propósito es generar un modelo de consenso (Tesis) y aplicar este modelo en la realidad empresarial.

### **3.3 Planteamiento de hipótesis y diseño experimental**

#### **Formulación de la hipótesis**

Para el contraste de la hipótesis se consideró: la Metodología Integradora, y el Proceso.

#### **Hipótesis principal**

**H<sub>0</sub>:** La aplicación del Modelo **ARIMA**, basado en el desarrollo de Box-Jenkins, aplicado al problema de predecir la demanda para la atención en un centro de llamadas, no permite minimizar el error de la predicción, y no logra una mejor respuesta en la meta de satisfacer la demanda a los clientes, con el menor costo de operación derivados de la atención.

#### **Hipótesis alterna**

**H<sub>1</sub>:** La aplicación del Modelo **ARIMA**, basado en el desarrollo de Box-Jenkins, aplicado al problema de predecir la demanda para la atención en un centro de llamadas, permite minimizar el error de la predicción, y logra una mejor respuesta en la meta de satisfacer la demanda a los clientes, con el menor costo de operación derivados de la atención.

#### **Diseño de instrumento de recolección de información.**

A partir de la hipótesis se desarrolló un modelo **ARIMA** con la metodología Box-Jenkins, cuyo objetivo específico es introducir la información de

llamadas, que permitan realizar la más eficiente asignación de personal, para el problema de atención a los clientes.

### **Técnicas de recolección de datos**

Haciendo uso intensivo de las herramientas computacionales y tecnologías de información, se ha conseguido efectuar un modelo, que aplique la metodología Box-Jenkins, con la finalidad de conseguir, todas las acciones que conllevan la aplicación del mismo.

La recolección de datos se refiere a la introducción de información básica para el modelo y los resultados son un resumen de las varias corridas del modelo que se resume en un cuadro del error de pronósticos empleando el modelo **ARIMA**, diseñado en la presente investigación.

### **Identificación y operacionalización de variables**

El problema de la predicción de la demanda requiere una elevada complejidad matemática, lo que sumado a la gran cantidad de variantes de técnicas, se presenta un escenario complejo que dificulta la obtención de una solución adecuada, desde las restricciones de tiempo y costo.

Las técnicas de solución se dividen en:

- Series de tiempos.
- Modelos **ARMA**.
- Modelos **ARIMA**.

### **Diseño de la muestra**

Siendo un estudio introductorio de nuevas técnicas para la solución de problemas de pronóstico de recurso en las organizaciones, se considera una

investigación exploratoria cuyos resultados han de ser el insumo para una investigación posterior de mayor complejidad.

La aplicación a un problema de atención, típico, en muchas gerencias de servicio, recae en la confección de un modelo de pronóstico diario de demanda, que efectúa la empresa LUZ del SUR., cubriendo las 24 horas de atención, que abarcan la cobertura de servicio en Lima Metropolitana, capital del Perú, en su central telefónica.

### **3.4 Resumen de resultados estadísticos del estudio**

#### **El Problema de Investigación**

Es posible emplear procedimientos **ARIMA** como alternativa a los modelos matemáticos tradicionales, para obtener resultados semejantes o superiores, con menor insumo de tiempo y de costos de procesamiento

#### **La hipótesis del Problema de Investigación**

La hipótesis nula indica que la solución por el modelo **ARIMA** es igual a la solución tradicional, en términos de error de pronóstico. La hipótesis alternativa indica que la solución por el modelo **ARIMA** insume menor error de pronóstico que la solución tradicional.

#### **Diseño y tipo de Investigación**

Para resolver la pregunta del problema de investigación, se diseña el modelo **ARIMA** y se aplica comparativamente con el método tradicional, para un mismo problema de pronóstico.

#### **Conceptos estadísticos**

Unidad de análisis: resultados del modelo de pronóstico.

Variable: La elección del resultado, según el modelo **ARIMA** o según el modelo tradicional.

Dato: Cantidad de llamadas en horas que llegan al sistema de atención, según se elija uno u otro modelo.

Instrumento de medición: Cuestionario abierto.

Población: Total de días obtenidos en la encuesta.

Muestra: Grupo de días.

Tamaño de muestra: 60 días o dos mes

Selección de muestra: al azar.

## **CAPÍTULO IV : RESULTADOS Y DISCUSION**

En el presente trabajo, se presenta la aplicación de una nueva metodología a la atención al cliente en un Centro de Llamadas, para la resolución del problema de predicción de la demanda de llamadas. Este problema se conoce en la literatura como Call Center Forecasting.

El problema de distribuir recursos humanos o personal de atención de llamadas telefónicas a los usuarios, juega un rol central en la gestión de muchos sistemas de servicios; y su adecuada planificación significa en la mayoría de las veces considerables ahorros. Ahorros potenciales que justifican en gran medida, la utilización de las técnicas de pronósticos y la Investigación de Operaciones, como facilitadoras de la planificación, dado que se estima que el recurso humano es un costo fijo muy importante, en los costos ocasionados en la atención al cliente.

En un centro de llamadas se identifican problemas relacionados en la asignación de turnos del personal eventual, comprende el conjunto de personas contratadas temporalmente para una actividad determinada.

La cantidad de recursos utilizados está basada en el dimensionamiento teórico solicitado por los clientes de acuerdo a pronósticos analizados de flujos de llamadas, lo cual debe cumplirse para alcanzar el nivel de servicio requerido.

Este dimensionamiento teórico diario, se encuentra íntimamente ligado a la planificación de las llamadas diarias. Con una predicción de la demanda de llamadas, se consigue una óptima asignación de personal y de turnos, reduciendo los costos operativos, y minimizar sin perjudicar la calidad del servicio que brinda la empresa.

Para la solución del CCFP o *Call-Center Forecasting*, se han desarrollado diversos métodos y técnicas. Las series de tiempos son las que más se

utilizan en estos pronósticos, porque aportan soluciones aproximadas en menos tiempos de cálculo.

#### **4.1 La problemática de los Call-Center**

La historia de los Centros de Llamadas en nuestro país tiene un punto de partida, con la apertura de los mercados internacionales; puntualmente en los años 90 en momentos tan especiales, como fue el después de la crisis de nuestra economía.

Con la llegada de las estrategias de venta por teléfono, por ejemplo tiempos compartidos, e incluso sistemas de emergencias médicas, son los que iniciaron la herramienta en nuestro país; de la misma manera como ocurrió en otros países de la región, incluyendo a México.

De esta manera surgieron como mini empresas de escasa o nula inversión tecnológica, tele operadores.

En la primera mitad de la década de 1990 aparecen los primeros centros de llamadas profesionales, con la presencia de agencias de tele marketing y atención de llamadas.

Incentivados por la privatización de las telecomunicaciones y por el auge de la herramienta en los países más desarrollados, lentamente al principio y con mayor rapidez después, fueron apareciendo agencias de cierto nivel de profesionalización e inversión. Algunas de ellas de la mano de agencias de publicidad que vieron venir la importancia del tele marketing.

En la segunda mitad de la década de 1990, el mercado fue depurándose, las comercializadoras fueron paulatinamente dejando su lugar a las agencias profesionales por un lado y a los centro de llamadas internas por el otro.

#### **4.1.1 Características del problema**

En el CCFP, un conjunto de operadoras ingresan en turnos comúnmente de un número fijo de horas (4), y están dedicadas a la recepción de las llamadas de los clientes. Estas llamadas, son mayormente referidas a reclamos de los clientes por el servicio de reciben, las que son luego pasadas a su posterior solución. La política de la empresa es asumir un pequeño porcentaje de llamadas no atendidas. Se busca conocer el patrón de la demanda de las llamadas de los clientes por hora, con la finalidad de pronosticar la demanda futura de llamadas. El uso final de la predicción es derivado a la asignación óptima del recurso humano en la atención al cliente.

La característica de las llamadas de los clientes, en primera instancia es la tasa de arribos de la llamada. Esta cantidad que significa la tasa de llegadas de llamadas en la unidad de tiempo, ocurre en un proceso aleatorio que es estudiada como una serie de tiempos. Existe en cada hora del día, una conducta de la tasa de llamadas. En las horas primeras del día esta tasa es pequeña, y en el transcurso del día crece esta tasa. El cliente ocasiona que la demanda de llamadas sea una caminata al azar o aleatoria.

#### **4.2 Recolección de datos**

La empresa Comercializadora de Luz, EDELNOR, es una de las empresas, que comparte con otra empresa comercializadora, la venta de electricidad, en la gran ciudad de Lima.

Se ha seleccionado a la empresa Comercializadora de Luz, por ser una de las empresas más importante, en el negocio de la venta de electricidad.

El proceso de la recopilación de los datos se ha basado en 2065 muestras de llamadas ocurridas en periodos de cada de  $\frac{1}{2}$  hora, de toma de datos.



Identificándose la cantidad de llamadas en cada uno de los horarios o ACD cantidad de demanda de llamadas (el término ACD proviene de Distribuidor Automático de Llamadas). Ver la figura 4.1, donde se presenta el patrón que representan las 2065 observaciones.

Se observa para los datos recopilados que constituyen dos meses de observación, las siguientes estadísticas entre otras:

Media = 64.90

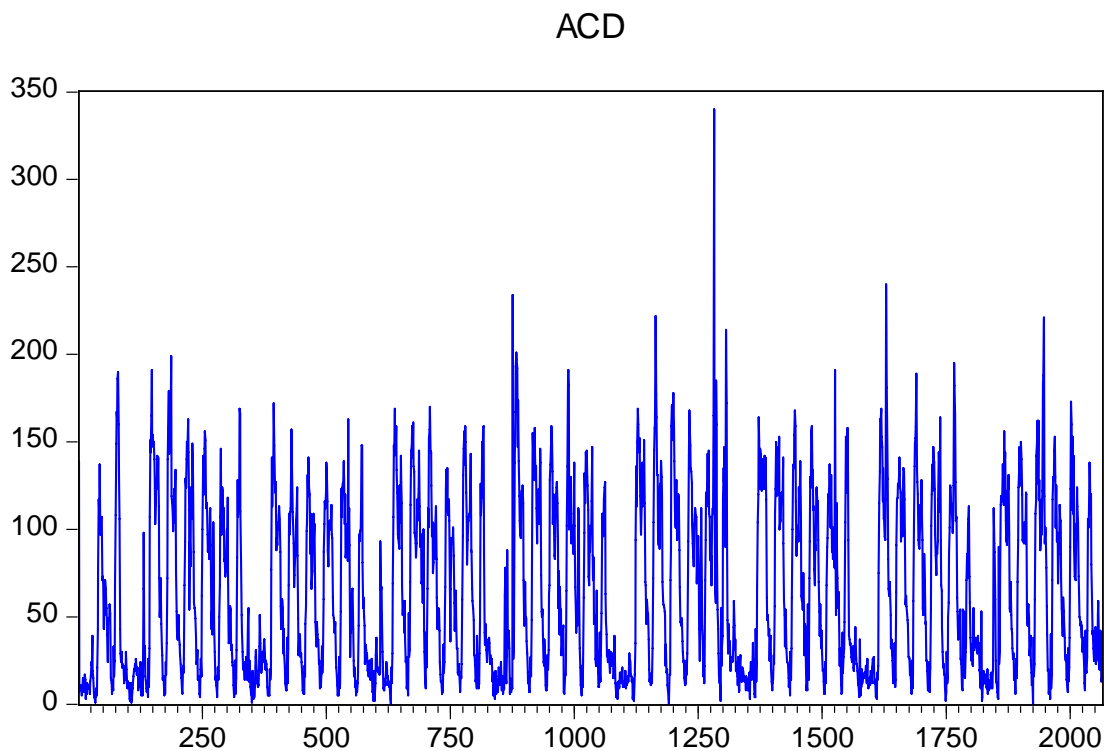
Mediana = 51

Máximo = 340

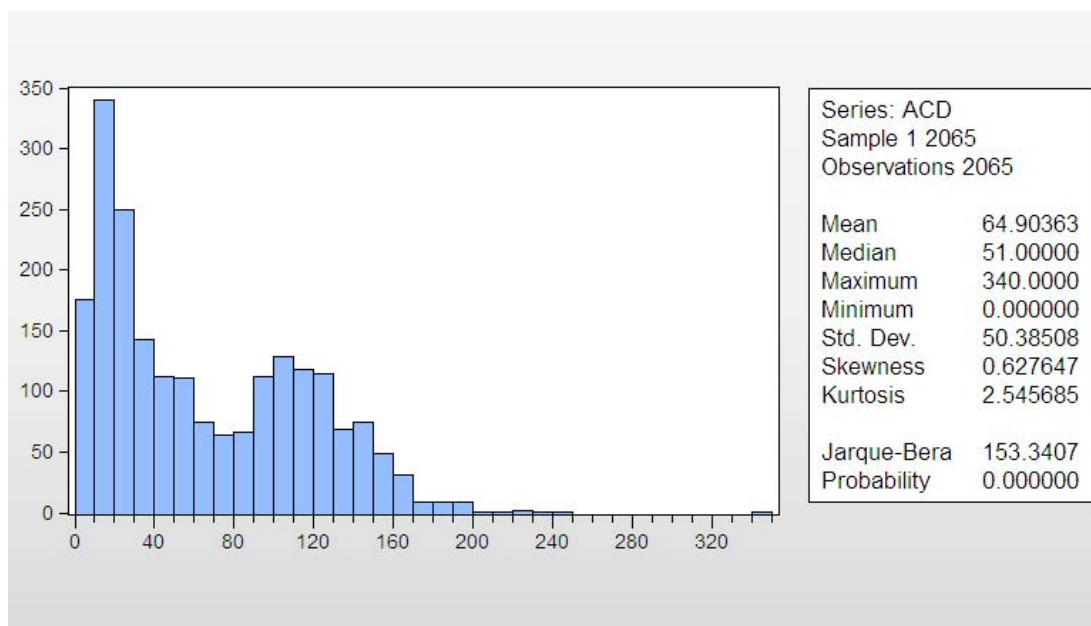
Mínimo = 0

Desv. Estándar = 50.38

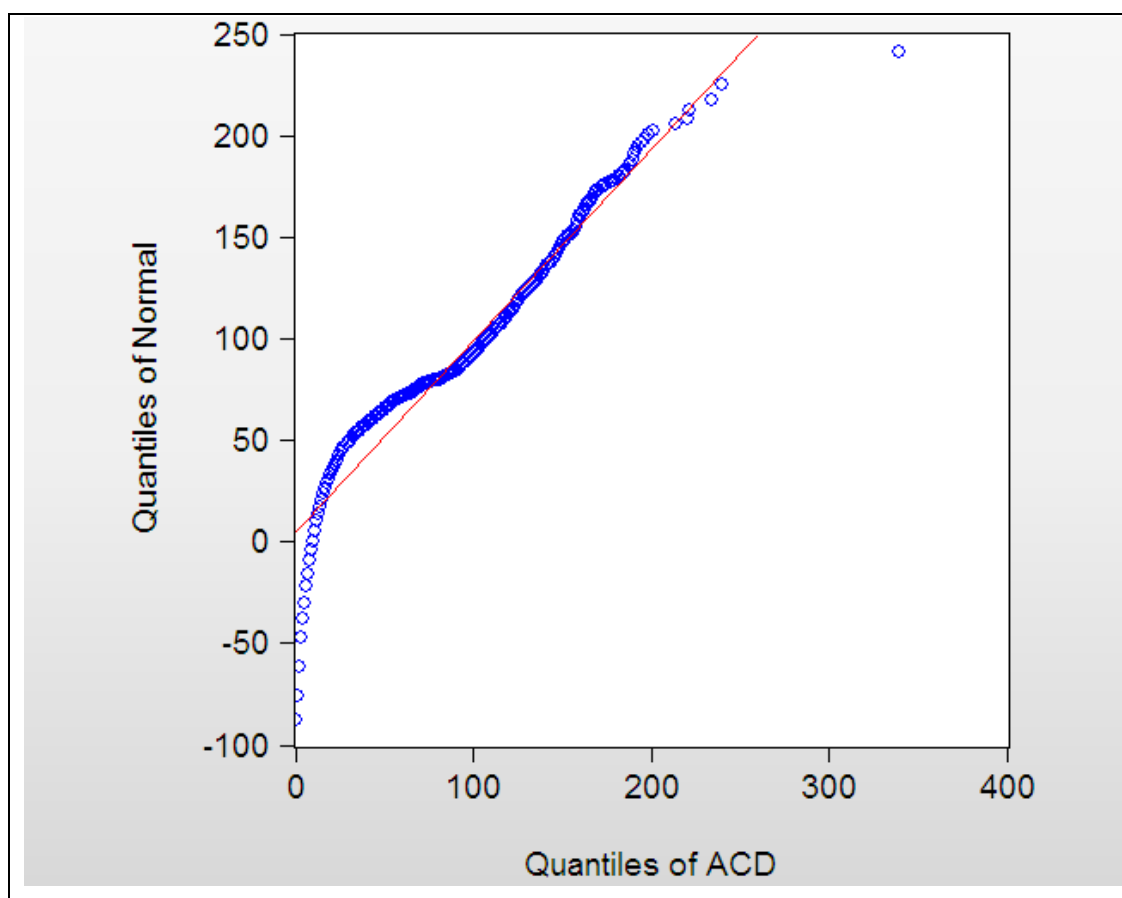
Estos datos han sido obtenidos de la figura 4.2. También se presenta la figura 4.3 donde se presenta el diagrama de cuartiles.



**Figura 4.1: Patrón de los datos**



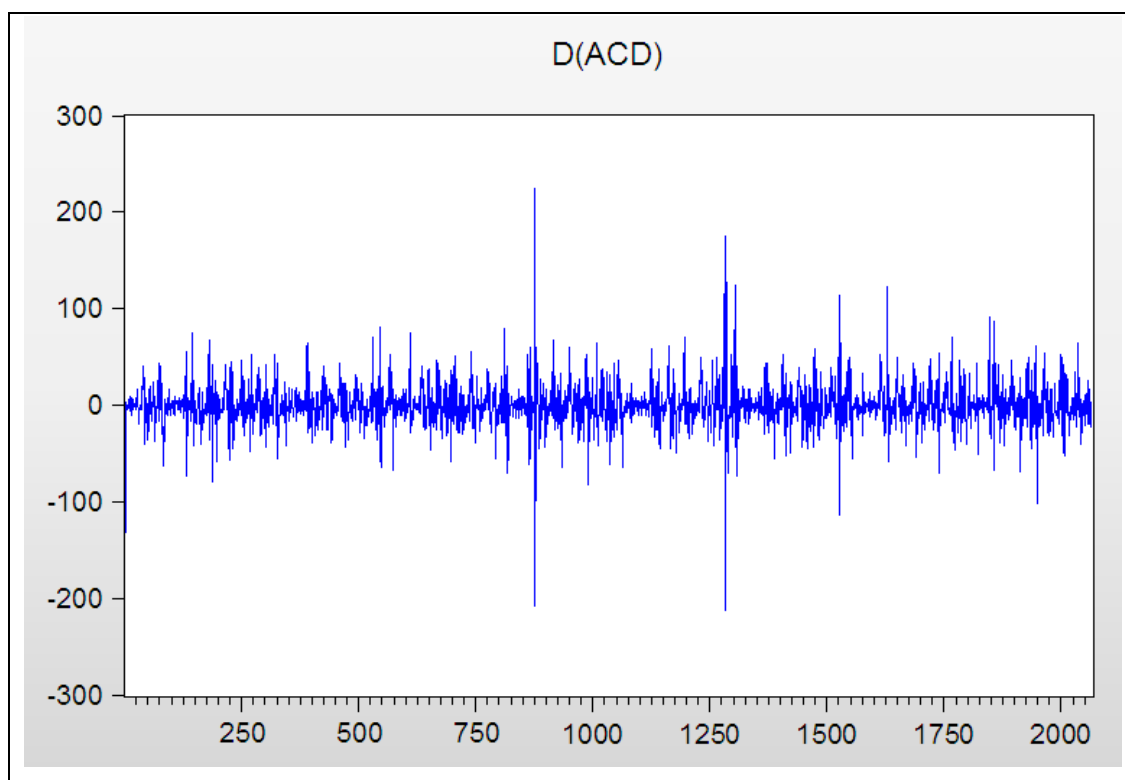
**Figura 4.2: Histograma del patrón de los datos**



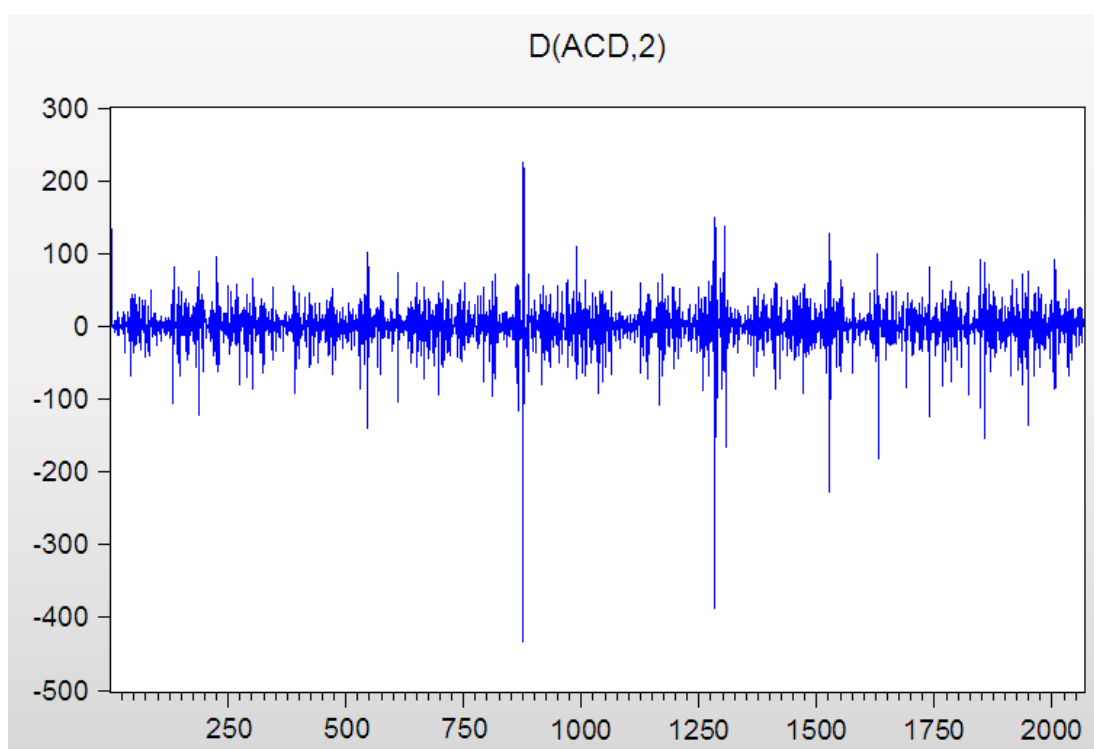
**Figura 4.3: Diagrama de cuartiles para los datos**

#### 4.2.1 Series estacionarias y no estacionarias

Los modelos clásicos de Box-Jenkins describen series temporales estacionarias. Para identificar en forma tentativa un modelo de Box-Jenkins, es necesario determinar primero si la serie temporal a pronosticar es estacionaria. Si no es así, entonces se transforma la serie temporal en una serie de valores, para tener una serie temporal estacionaria. En forma intuitiva una serie temporal es estacionaria si las propiedades estadísticas (por ejemplo, la media y la variancia) de la serie temporal son esencialmente constantes a través del tiempo. Se usa una grafica de estos valores (en función del tiempo) como ayuda para poder determinar si la serie temporal es estacionaria. Si al parecer los  $n$  valores fluctúan con variación constante respecto a una media constante  $\mu$ , entonces es razonable pensar que la serie temporal es estacionaria. Si los  $n$  valores no fluctúan respecto de una media constante o no fluctúan con variación constante, entonces es razonable pensar que la serie temporal es no estacionaria. En la figura 4.4 se ilustra la gráfica de  $n$  valores de la serie temporal  $y_1, y_2, \dots, y_n$  indicando que estos valores son estacionarios. A algunas veces se transforma la serie temporal no estacionaria, en valores de una serie temporal estacionaria obteniendo las primeras y segundas diferencias de los valores de la serie temporal no estacionaria. Ver la figura 4.5.



**Figura 4.4: Diagrama de primeras diferencias**



**Figura 4.5: Diagrama de segundas diferencias**

#### 4.2.2 Correlograma

Los modelos de pronósticos de Box-Jenkins se identifican en forma tentativa examinando el comportamiento de la función de autocorrelación (AC) y la función de autocorrelación parcial (PAC) para los valores de una serie temporal estacionaria  $z_b, z_{b+1}, \dots, z_n$ . La autocorrelación en el desfaseamiento  $k$ , es denotada por  $r_k$ :

$$r_k = \frac{\sum_{t=b}^{n-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=b}^n (z_t - \bar{z})^2}$$

Dónde:

$$\bar{z} = \frac{\sum_{t=b}^n z_t}{(n - b + 1)}$$

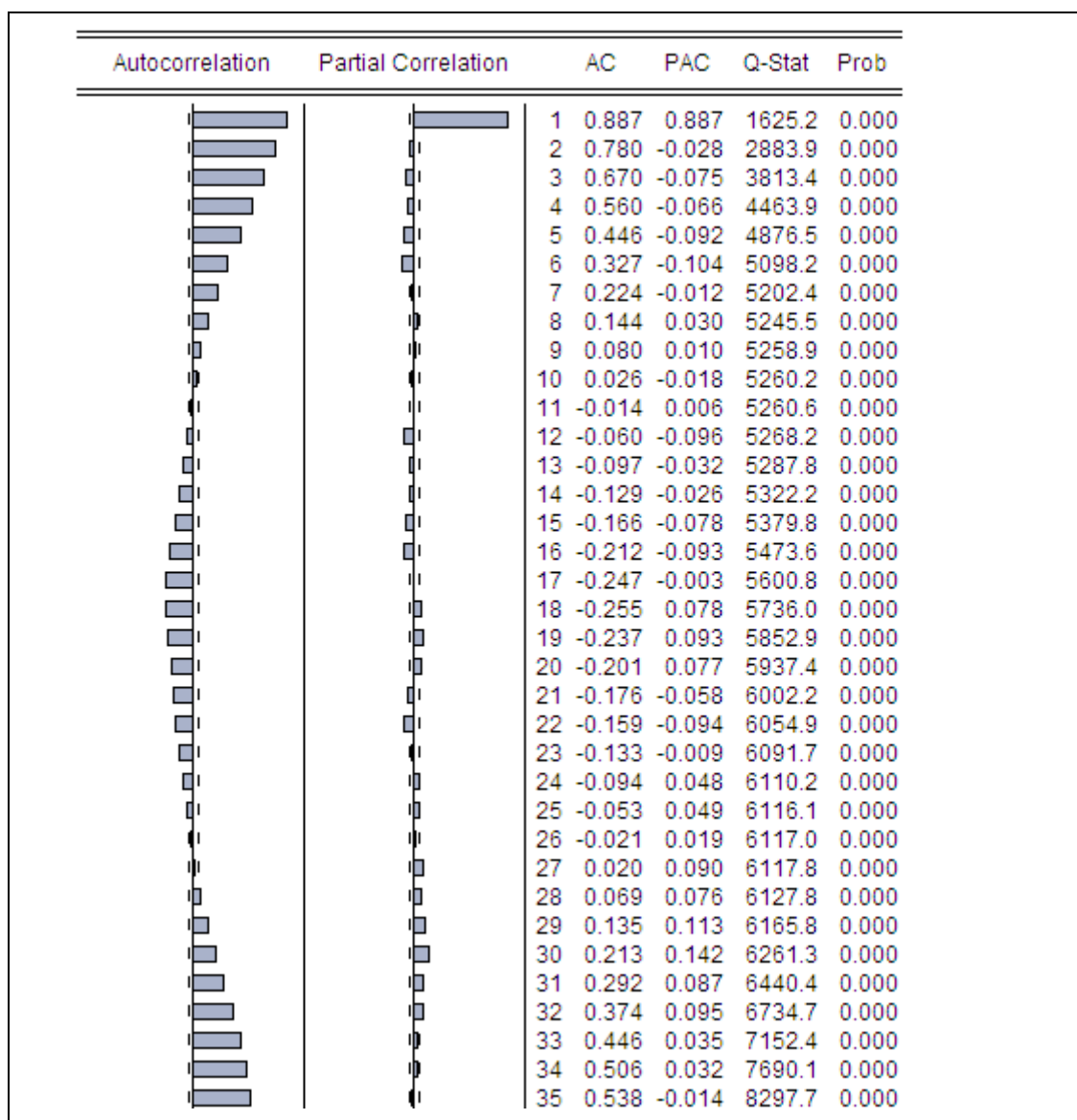
El error estándar de  $r_k$  es

$$s_{r_k} = \begin{cases} \frac{1}{(\sqrt{n - b + 1})} & \text{si } k = 1 \\ \frac{(1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_j^2)^{1/2}}{(\sqrt{n - b + 1})} & \text{si } k = 2, 3 \end{cases}$$

La estadística  $t_{r_k}$  es:

$$t_{r_k} = \frac{r_k}{s_{r_k}}$$

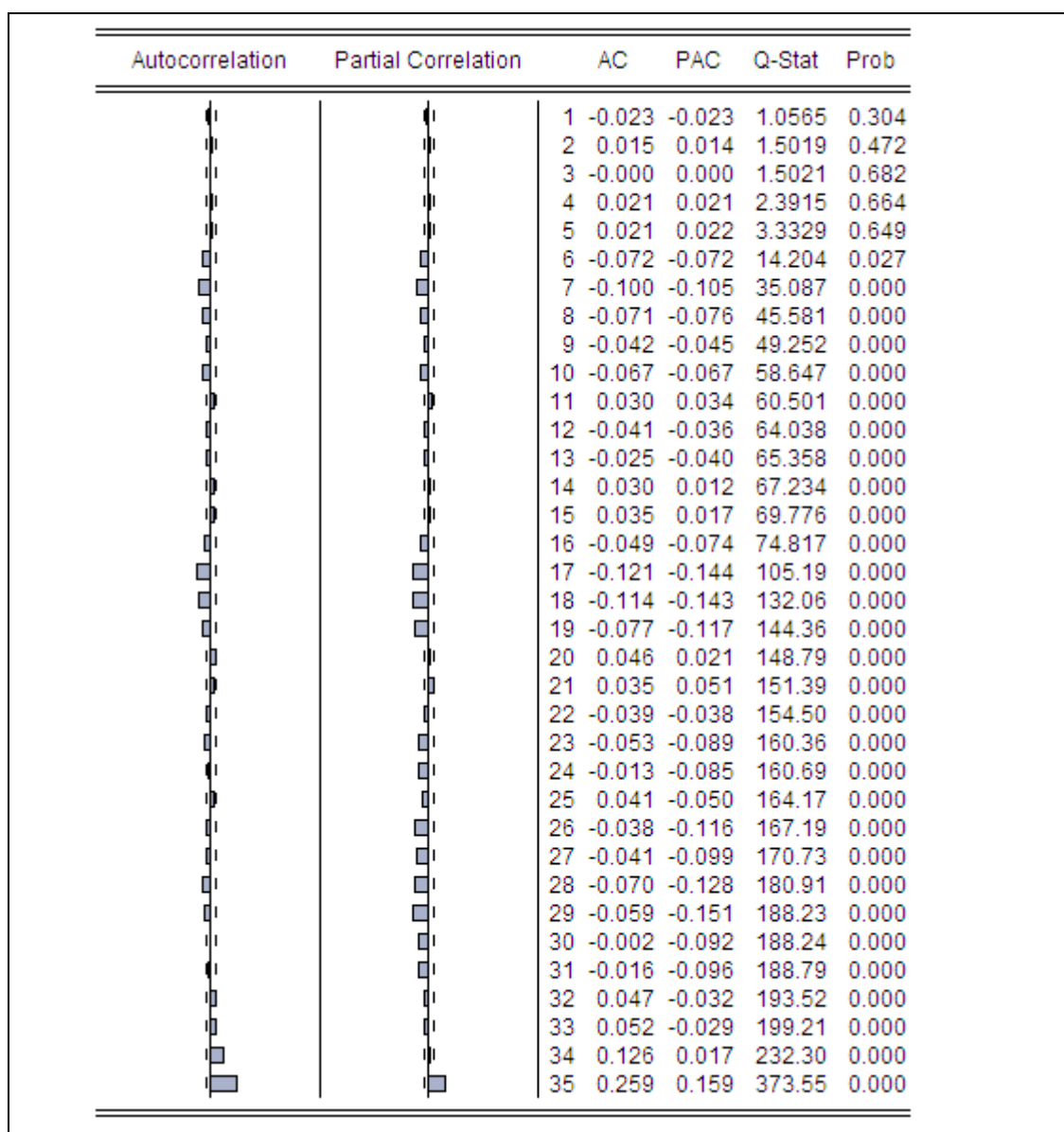
La función de autocorrelación (AC) es una lista, o una gráfica de las autocorrelaciones en los desfaseamientos  $k = 1, 2, \dots$ , los correlogramas.



**Figura 4.6: Correlograma**

Esta cantidad mide la relación lineal entre las observaciones de la serie temporal separadas por un desfase de  $k$  unidades de tiempo. Se puede demostrar que  $r_k$  siempre estará entre -1 y 1. Un valor de  $r_k$  cercano a 1 quiere decir, que las observaciones separadas por un desfase de  $k$  unidades de tiempo, tienen una fuerte tendencia a moverse juntas en forma lineal con pendiente positiva, por otro lado, un valor de  $r_k$  cercano a -1 significa que las observaciones separadas por un desfase de  $k$  unidades de tiempo, tienen una fuerte tendencia a desplazarse juntas en forma lineal con pendiente negativa.

Al examinar la AC de la figura 4.6, se observa que no se trunca o se corta, lo que significa que existe una espiga en el desfaseamiento  $k$ , si no al contrario se extingue (decrece en forma permanente) en seno amortiguado (una de las tres formas de extinción: forma exponencial, forma de seno y o una combinación de ambas).



**Figura 4.7: Correlograma con primera diferencia**

La experiencia indica que si la AC se extingue con lentitud extrema, los valores de la serie temporal original se consideran no estacionarios. En

tal caso es necesario hacer uso de una transformación de datos. Si la AC de estos datos se cortan claramente con rapidez o si extinguen rápidamente, se debe considerar que los datos son estacionarios (Bowerman, O'Connell, 2007).

En la figura 4.7, el correlograma de las primeras diferencias presenta que la AC se extingue; luego los datos son estacionales.

La función de autocorrelación parcial en el desfaseamiento  $k$  es

$$r_{kk} = \begin{cases} r_1 & \text{si } k = 1 \\ \frac{r_k + \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_{k-j}}{1 + \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_j} & \text{si } k = 2, 3, \dots \end{cases}$$

Donde

$$r_{kj} = r_{k-1,j} - r_{kk} r_{k-1,k-j} \text{ para } j = 1, 2, 3, \dots, k-1$$

El error estándar de  $r_{kk}$  es

$$s_{r_{kk}} = 1/(n - k + 1)^{1/2}$$

La estadística  $t_{r_{kk}}$  es

$$t_{r_{kk}} = \frac{r_{kk}}{s_{r_{kk}}}$$

La función de autocorrelación parcial (PAC) es una lista, o una gráfica de autocorrelaciones parciales de la muestra en los dos desfaseamientos  $k = 1, 2, \dots$

### **Función de autocorrelación**

En la función de autocorrelación, se presentan las formulas de la función de autocorrelación parcial en el desfaseamiento  $k$ ,  $r_{kk}$ , el error estándar de  $r_{kk}$ , y



la estadística  $t$ , se define la función de autocorrelación parcial (la cual de aquí en adelante recibe el nombre de PAC).

En el correlograma, también se incluye la estadística  $Q$  de Ljung-Box y sus  $p$ -values.

La estadística  $Q$ , es una prueba para la hipótesis nula que no hay autocorrelación de  $k$  desplazamientos. Se observa que para  $k = 35$  de desplazamientos se posee el más grande Ljung-Box.

### 4.3 Modelo de Box-Jenkins estacional

En resumen de lo enunciado en la sección anterior, se presentan tres alternativas para la elección del modelo Box-Jenkins:

- a) Modelo **ARIMA(35,35,1)**
- b) Modelo **ARIMA(35,0,1)**
- c) Modelo incluyendo fluctuaciones estacional **o SEASONAL**

Dependent Variable: D(ACD)				
Method: Least Squares				
Date: 11/27/11 Time: 11:23				
Sample (adjusted): 3 2065				
Included observations: 2063 after adjustments				
Convergence achieved after 7 iterations				
MA Backcast: 2				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.002080	0.511830	0.004064	0.9968
AR(1)	-0.028776	0.177020	-0.162560	0.8709
MA(1)	0.006176	0.178411	0.034615	0.9724
R-squared	0.000519	Mean dependent var		0.003878
Adjusted R-squared	-0.000451	S.D. dependent var		23.75908
S.E. of regression	23.76443	Akaike info criterion		9.175710
Sum squared resid	1163381.	Schwarz criterion		9.183900
Log likelihood	-9461.745	Hannan-Quinn criter.		9.178713
F-statistic	0.535260	Durbin-Watson stat		1.999813
Prob(F-statistic)	0.585599			
Inverted AR Roots	-.03			
Inverted MA Roots	-.01			

**Figura 4.8: Resultados de ARIMA (35, 35, 1)**

Los resultados del modelo AR (1), MA (1) con primera diferencia, se presenta en la figura 4.8, de allí se obtiene que los coeficientes son:

$$c = 0.002080, AR(1) = -0.028776, MA(1) = 0.00676$$

Dependent Variable: D(ACD)				
Method: Least Squares				
Date: 11/27/11 Time: 15:37				
Sample (adjusted): 37 2065				
Included observations: 2029 after adjustments				
Failure to improve SSR after 8 iterations				
MA Backcast: OFF (Roots of MA process too large)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.272640	2.149830	0.126819	0.8991
AR(35)	0.961387	0.008456	113.6899	0.0000
MA(35)	-0.841870	0.021009	-40.07273	0.0000
R-squared	0.164361	Mean dependent var		0.002957
Adjusted R-squared	0.163536	S.D. dependent var		23.94277
S.E. of regression	21.89768	Akaike info criterion		9.012116
Sum squared resid	971484.3	Schwarz criterion		9.020419
Log likelihood	-9139.792	Hannan-Quinn criter.		9.015162
F-statistic	199.2454	Durbin-Watson stat		2.344931
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	1.00	.98+.18i	.98-.18i	.94+.35i
		.94-.35i	.86-.51i	.75-.66i
		.75+.66i	.62-.78i	.62+.78i
		.47+.88i	.31+.95i	.31-.95i
		.13+.99i	-.04+1.00i	-.04-1.00i
		-.22+.97i	-.39-.92i	-.39+.92i
		-.55+.83i	-.69+.72i	-.69-.72i
		-.81+.59i	-.90+.43i	-.90-.43i
		-.96-.27i	-.99-.09i	-.99+.09i
Inverted MA Roots	1.00	.98+.18i	.98-.18i	.93-.35i
		.93+.35i	.85-.51i	.85+.51i
		.75+.65i	.62-.78i	.62+.78i
		.47-.88i	.31+.95i	.31-.95i
		.13+.99i	-.04+.99i	-.04-.99i
		-.22-.97i	-.39+.92i	-.39-.92i
		-.55-.83i	-.69+.72i	-.69-.72i
		-.81+.58i	-.90+.43i	-.90-.43i
		-.96-.26i	-.99+.09i	-.99-.09i

Figura 4.9: Ecuación para ARIMA (35, 35, 1)

También es necesario comentar que: el estadístico Durbin-Watson o DW mide la correlación de la serie, y un valor menor a 2 indica que existe una evidencia que la correlación de la serie es positiva. Por otro lado el criterio de información de Akaike o AIC indica la preferencia de pequeños para valores para la selección de los desplazamientos. El criterio de Schwarz o SC que es una alternativa a AIC, y es utilizado para penalizar adicionales coeficientes. El criterio Hannan-Quinn o HQ es otra alternativa de penalizaciones para los coeficientes. El  $p$ -value o Prob(F-statistic) siempre es menor que el nivel de significancia.

#### 4.3.1 Modelo ARIMA (35, 35,1)

Este modelo es el **ARMA** (35,35) con la primera diferenciación, donde se plantea desde el hecho de la repetición de las costumbres de llamadas que se repite cada 24 horas. . Desde el punto de vista de **ARMA**, es **AR** (35), **MA** (35) en primera diferenciación equivale a un modelo autorregresivo con  $p = 35$  y promedio móvil con  $q = 35$ .

El operador para la  $n$  diferencia de la serie  $x$  se muestra a continuación:

$$d(x, n) = (1 - B)^n x$$

Desde la figura 4.8, se encuentra que:

$$c = 0.272640, AR(35) = -0.961387, MA(1) = -0.841780$$

El  $R$  cuadrado es del orden de 0.164361.

### 4.3.2 Modelo ARIMA (35, 0, 1)

Dependent Variable: D(ACD)				
Method: Least Squares				
Date: 11/27/11 Time: 15:49				
Sample (adjusted): 37 2065				
Included observations: 2029 after adjustments				
Convergence achieved after 3 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.026940	0.695194	0.038751	0.9691
AR(35)	0.262094	0.021375	12.26147	0.0000
R-squared	0.069049	Mean dependent var		0.002957
Adjusted R-squared	0.068590	S.D. dependent var		23.94277
S.E. of regression	23.10707	Akaike info criterion		9.119140
Sum squared resid	1082290.	Schwarz criterion		9.124675
Log likelihood	-9249.367	Hannan-Quinn criter.		9.121171
F-statistic	150.3435	Durbin-Watson stat		2.217038
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.96	.95+.17i	.95-.17i	.90-.34i
	.90+.34i	.83+.49i	.83-.49i	.72+.63i
	.72-.63i	.60+.75i	.60-.75i	.46-.85i
	.46+.85i	.30-.92i	.30+.92i	.13+.95i
	.13-.95i	-.04-.96i	-.04+.96i	-.21-.94i
	-.21+.94i	-.38-.89i	-.38+.89i	-.53-.80i
	-.53+.80i	-.67-.70i	-.67+.70i	-.78+.57i
	-.78-.57i	-.87+.42i	-.87-.42i	-.93-.26i
	-.93+.26i	-.96+.09i	-.96-.09i	

**Figura 4.10: Ecuación para ARIMA (35, 0, 1)**

Este modelo es el **ARMA** (35,0) con la primera diferenciación, donde se plantea desde el hecho de la repetición de las costumbres de llamadas que se repite cada 24 horas, sin considerar el promedio móvil. . Desde el punto de vista de **ARMA**, es **AR** (35), **MA** (0) en primera diferenciación equivale a un modelo autorregresivo con  $p = 35$  y de promedio móvil con  $q = 0$ .

El  $R$  cuadrado es del orden de 0.069049, según la figura 4.10.

### 4.3.3 Modelo SAR y SMA

Box-Jenkins, recomienda para procesos estacionales o de temporada se utilicen los términos SAR y SMA para tratar las fluctuaciones estacionales de los meses, días, horas, etc. Así se habla de **SAR ( $p$ )** **SMA ( $q$ )**.

Dependent Variable: ACD				
Method: Least Squares				
Date: 11/27/11 Time: 16:21				
Sample (adjusted): 37 2065				
Included observations: 2029 after adjustments				
Failure to improve SSR after 4 iterations				
MA Backcast: OFF (Roots of MA process too large)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.919395	0.010146	90.61733	0.0000
SAR(35)	0.963908	0.006740	143.0104	0.0000
MA(1)	-0.152828	0.025714	-5.943275	0.0000
SMA(35)	-0.857005	0.018856	-45.44991	0.0000
R-squared	0.824989	Mean dependent var	65.79547	
Adjusted R-squared	0.824729	S.D. dependent var	50.29285	
S.E. of regression	21.05526	Akaike info criterion	8.934148	
Sum squared resid	897731.4	Schwarz criterion	8.945216	
Log likelihood	-9059.693	Hannan-Quinn criter.	8.938209	
Durbin-Watson stat	1.982337			
Inverted AR Roots	1.00	.98+.18i	.98-.18i	.94+.35i
		.94-.35i	.92	.86-.51i
		.75-.66i	.75+.66i	.62-.78i
		.47-.88i	.47+.88i	.31-.95i
		.13+.99i	.13-.99i	-.04+1.00i
		-.22+.97i	-.22-.97i	-.39+.92i
		-.55+.83i	-.55-.83i	-.69+.72i
		-.81+.59i	-.81-.59i	-.90+.43i
		-.96+.27i	-.96-.27i	-.99+.09i
Inverted MA Roots	1.00	.98+.18i	.98-.18i	.93-.35i
		.93+.35i	.85+.51i	.85-.51i
		.75-.66i	.62+.78i	.62-.78i
		.47+.88i	.31-.95i	.31+.95i
		.13+.99i	.13-.99i	-.04-.99i
		-.22+.97i	-.22-.97i	-.39+.92i
		-.55+.83i	-.55-.83i	-.69+.72i
		-.81+.59i	-.81-.59i	-.90+.43i
		-.96+.26i	-.96-.26i	-.99+.09i

**Figura 4.11: Ecuación para SAR y SMA**

El  $R$  cuadrado es del orden de 0.824989, según la figura 4.11.

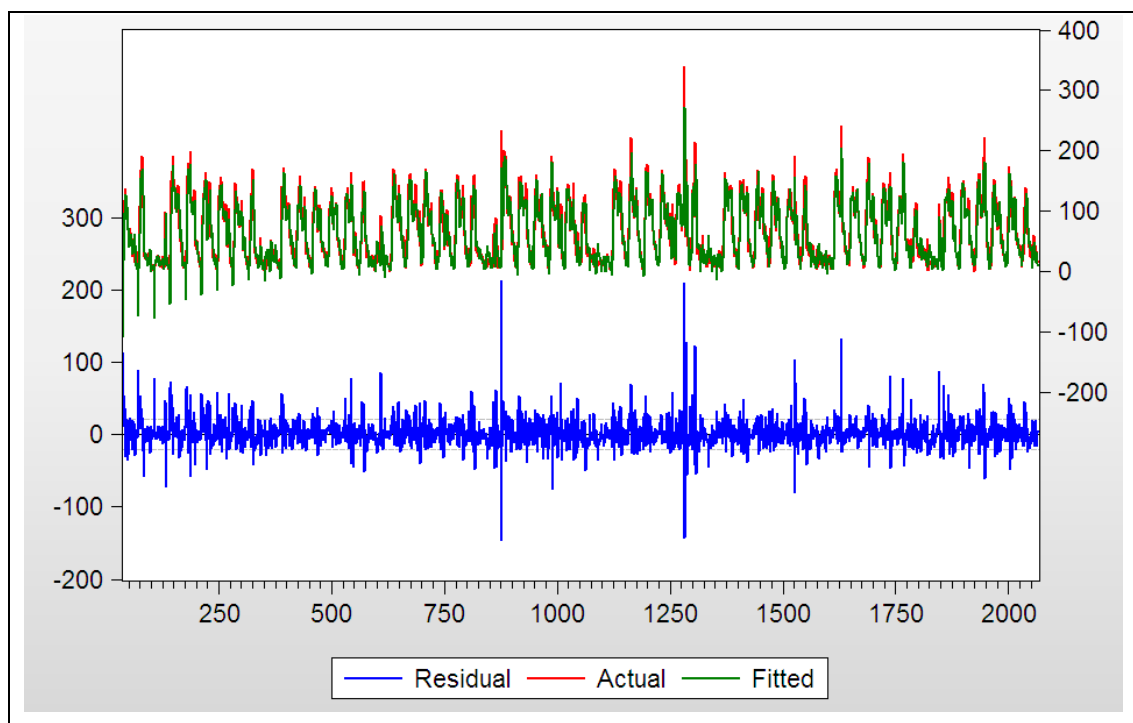
Desde la tabla 4.2 se concluye que el modelo SAR y SMA es el que mejor pasa la prueba de los criterios analizados; poseyendo el  $R^2$  más alto. Observe que es el único que pasa la prueba DW.

Modelo	DW	AIC	SC	HQ	$R^2$
ARIMA(35,35,1)	2.345	9.020	9.015	9.015	0.1644
ARIMA(35,0,1)	2.217	9.124	9.121	9.121	0.0690
SAR y SMA	1.982	8.934	8.945	8.938	0.8249

**Tabla 4.1: Resumen de los modelos planteados**

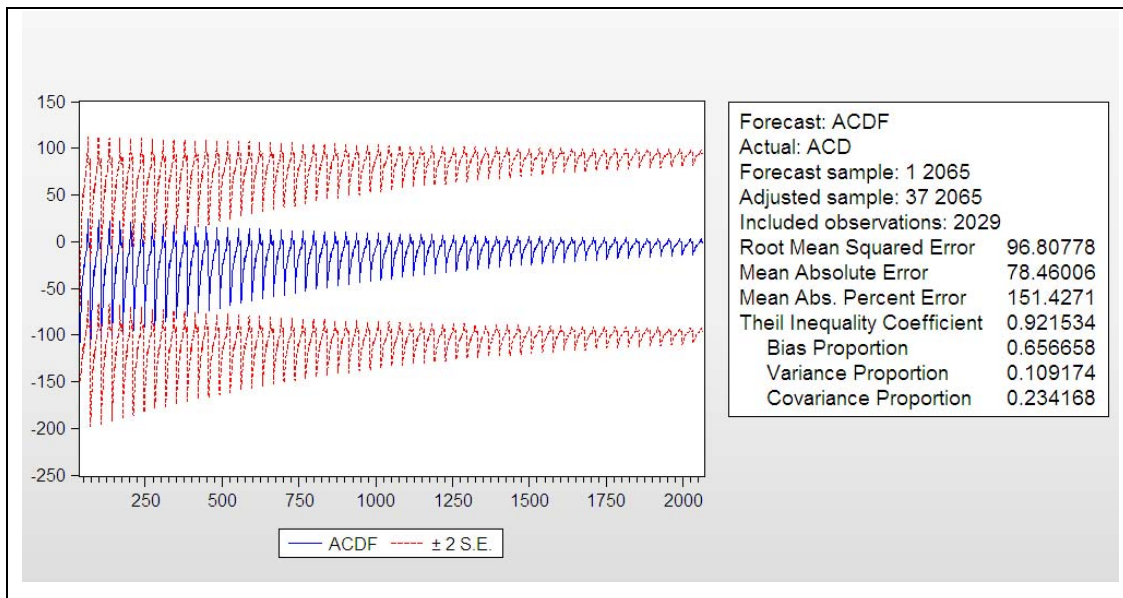
#### 4.4 Pronóstico de la demanda de llamadas

El pronóstico usando fluctuaciones estacionales posee los valores residuales que se presentan en la figura 4.12. También se observa los valores de la serie de tiempos versus los valores de ajuste con SAR y SMA.

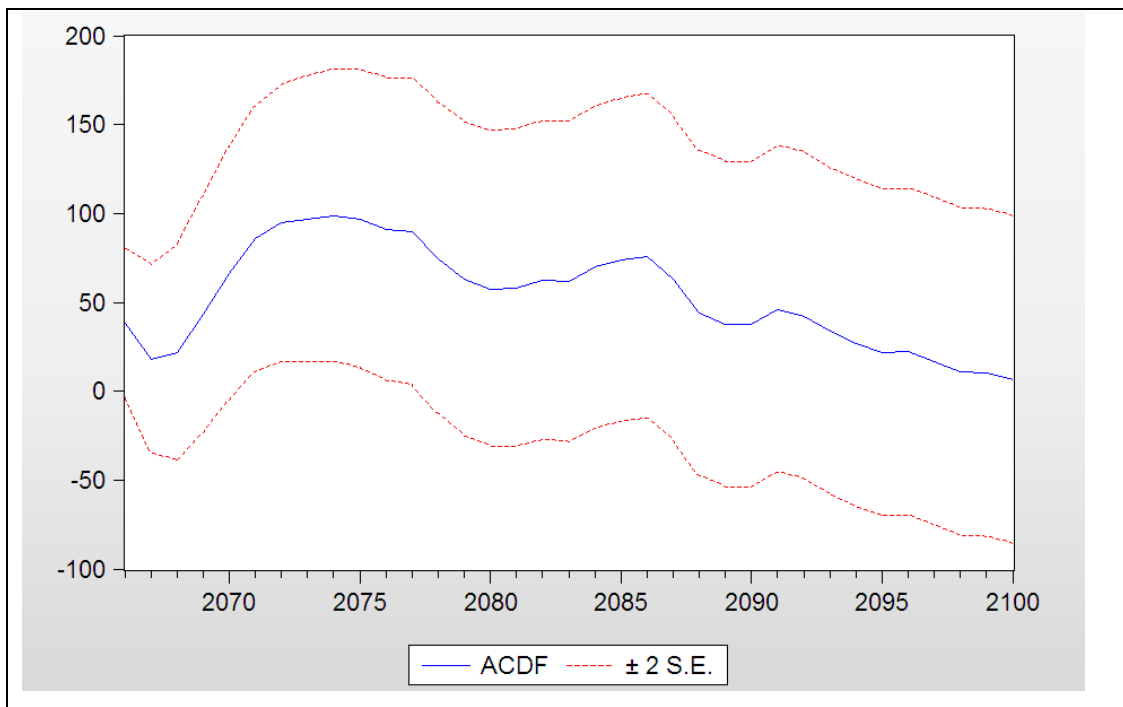


**Figura 4.12: Valores residuales**

En la figura 4.13, se observa la serie de tiempo real y el intervalo de dos desviaciones (con un nivel de confianza del 95%). La gráfica realiza el análisis para los 2065 datos. Posee una media de error absoluto de 78.4606 y con la raíz del error cuadrático medio de 96.80778.

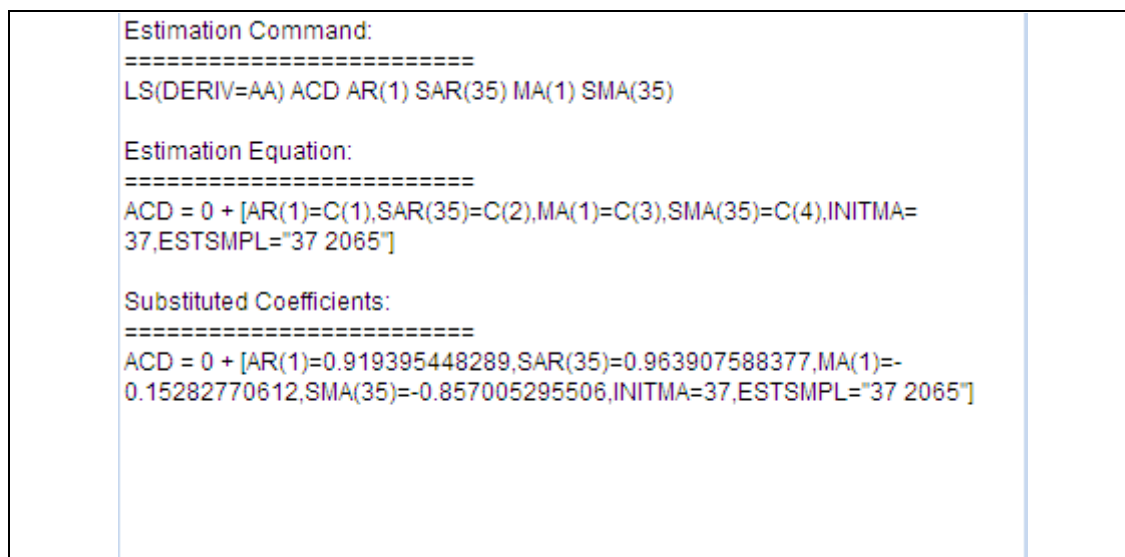


**Figura 4.13: Valores con 2 desviaciones para la serie de tiempos**

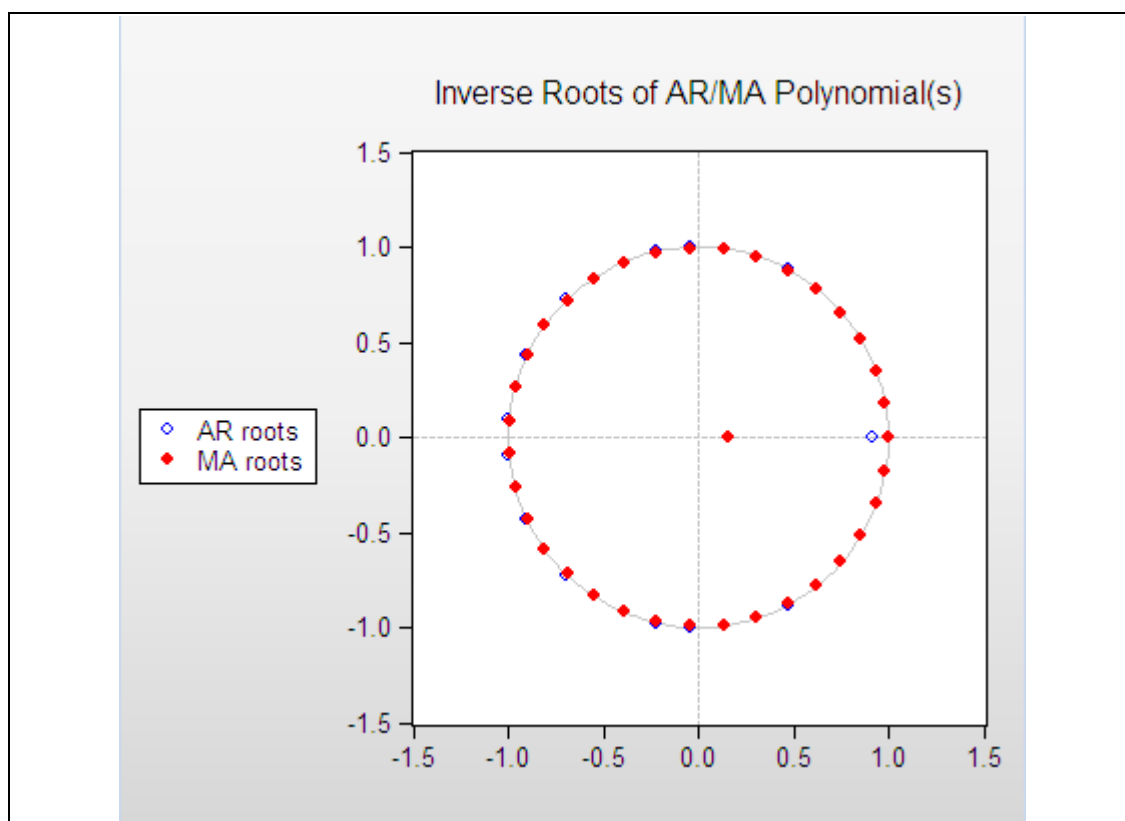


**Figura 4.14: Valores pronosticados con 2 desviaciones**

La figura 4.14 presenta el análisis de los valores pronosticados con dos desviaciones. El pronóstico se ha realizado para un intervalo de 35 periodos. Equivalente a un día.



**Figura 4.15: Ecuación de Box-Jenkins**



**Figura 4.16: Inversa de la raíz**



La ecuación de Box-Jenkins es la que se presenta en la figura 4.15 y la raíz inversa en la figura 4.16. Estas informaciones son conocidas como estructuras ARIMA.

Forecast Evaluation	
Forecast: ACD	
Actual: ACD	
Forecast sample: 2065 2100	
Included observations: 1	
Root Mean Squared Error	4.907015
Mean Absolute Error	4.907015
Mean Absolute Percentage Error	32.71343

**Figura 4.17: Evaluación del pronóstico de la raíz**

En el pronóstico de los siguientes 35 periodos, se ha encontrado que el error medio absoluto es 4.907015 y la raíz del error medio cuadrático corresponde a 4.907015.

En la tabla 4.3, se presenta el pronóstico para los 35 periodos. Los periodos son los horarios de dada media hora; y el valor, es el pronóstico de la conducta de la demanda de llamadas para un típico día.

Periodo	Valor
1	30
2	10
3	15
4	40
5	70
6	95
7	105
8	108
9	106
10	103
11	95
12	80
13	65
14	58
15	62
16	63
17	66
18	68
19	75
20	80
21	60
22	40
23	36
24	36
25	39
26	35
27	34
28	33
29	25
30	25
31	22
32	18
33	12
34	8
35	5

**Tabla 4.2: Pronóstico de la serie de tiempos**

## CONCLUSIONES

- 1) Empleando la Metodología propuesta en la presente investigación, se creó una propuesta de diseño de pronóstico, para la demanda de llamadas telefónicas en un centro de atención de llamadas, en la ciudad de Lima.
- 2) Dada la amplia experiencia, con que cuenta el negocio de atención al cliente, así como la capacidad de su fuerza laboral, no cuenta con ningún Sistema de Predicción de llamadas en su organización, siendo esto necesario para alcanzar los más altos estándares de calidad.
- 3) Permite ser una herramienta de soporte a la decisión, de uso diario en la planificación de las operaciones, en la atención a los clientes, y reducir los altos costos de recursos de recepcionista de llamadas.
- 4) Permite realizar análisis de configuraciones de ingreso de personal en los diversos horarios, sin sacrificar los costos totales.
- 5) La técnica de Box-Jenkins con aplicación a la demanda de llamadas en un centro de llamadas, permite la resolución del problema de planificación del recurso humano, haciendo uso de las técnicas de optimización.
- 6) La administración de la calidad en el servicio tiene consecuencias estratégicas porque el sistema de pronóstico puede usarse para satisfacer prioridades competitivas, implica la coordinación de funciones clave de la empresa, como marketing, finanzas, ingeniería, sistemas de información y operaciones, creando fortalezas competitivas en las organizaciones.
- 7) La estrategia pura del planeamiento agregado, considera: la variación de la mano de obra, tiempo extra, tiempo ocioso, subcontrataciones, utilización de capacidad y las variables de contingencias reales e impredecibles de la ciudad de Lima.
- 8) Aplicación de un algoritmo Box-Jenkins para la solución, con el objetivo de resolver el problema de atención en centro de llamadas,

de manera que la solución es un arma estratégica en la gestión del recurso humano.

- 9) Se han realizado análisis de Box-Jenkins para los modelos:  $ARIMA(35,35,1)$ ,  $ARIMA(35,0,1)$  y Modelos con fluctuaciones estacionales.
- 10) Usando el modelo Box-Jenkins para procesos estacionales o de temporada, se ha encontrado que SAR y SMA son los más adecuados para predecir la demanda de llamadas del centro de llamadas en estudio.
- 11) Esta propuesta considera procedimientos de pronóstico, como métodos aproximados, diseñados para resolver problemas complejos difíciles en predicción, en los que los ajustes clásicos no son eficaces. El modelo Box-Jenkins, proporciona un marco general para diseñar nuevos modelos híbridos, integrando conceptos derivados de la inteligencia artificial, la evolución biológica y los mecanismos estadísticos.

## RECOMENDACIONES

- 1) Se recomienda llevar un seguimiento de los cambios propuestos y a su vez implantados, a fin de evaluar si se cumplen con las metas; en el caso contrario, se recurrirá a plantear un nuevo rediseño.
- 2) El cambio de los métodos de atención, a fin de incrementar su efectividad y eficacia. Se propone iniciar un estudio de tiempos y movimientos, con la finalidad de conocer los tiempos exactos; y realizar un adecuado control de calidad, con la finalidad, de detectar errores y mejorar las operaciones, asegurar y aumentar la competitividad y posicionamiento de la empresa en el mercado
- 3) Contar con la demanda diaria, para efectuar los cálculos necesarios, con la finalidad de entregar el recurso necesario, y así evitar posible congestión de llamadas, y hacer que el modelo cumpla los objetivos planteados.
- 4) Preparar al personal administrativo para el ingreso de los datos, dejando al personal profesional dedicarse a otras labores más productivas.
- 5) Velar por el cumplimiento de los planes de atención generados por la aplicación de este algoritmo de pronóstico. Realizando muestreos a las operadoras, con la finalidad de vigilar el cumplimiento de los planes de entrega y del ahorro que se busca conseguir.
- 6) Continuar con la investigación sobre la *creación y aplicación de una Metodología* para solucionar problemas de optimización del recurso humano.
- 8) Rediseñar Procesos de Negocios, utilizando las recomendaciones del Pensamiento Sistémico.
- 9) Usar la metodología de investigación experimental para estos casos porque, permite modificar las variables del modelo metaheurístico y observar los fenómenos, tal y como se dan en su contexto natural. Esta metodología se está aplicando con resultados muy

satisfactorios en la generación de propuestas metodológicas, como es el presente caso.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### PRINCIPAL

1. BOX, G. E. P., JENKINS, G. M, Reinsel, G. C. (2008). ***“Time Series Analysis: Forecasting and Control”***, 4th ed., John Wiley & Sons, Inc. EEUU
2. PHILID, KOTLER (1991). ***“Fundamentos de Marketing”*** Prentice-Hall, México.
3. MAKRIDAKIS, SPIROS, WHEELWRIGTH, STEPHEN (2010). ***“Métodos de Pronósticos”***, Limusa S.A., México.
4. PINDYCK, R., RUBINFELD, R. (2001). ***“Econometría Modelos y Pronósticos”***, McGraw-Hill. México.

### SECUNDARIA

1. ANDERSON, D., SWEENEY, D., WILLIAMS, T. (1999). ***“Estadística para Administración y Economía”***, International Thompson Editores. México.
2. HAMMER, MICHAEL (1995). ***“Reingeniería”***, Editorial Prentice-Hall Iberoamericana.
3. DATAMONITOR (2004). ***“Call center outsourcing in latin america and the caribbean to 2008”***.
4. ISO (2008). ISO 9001:2008.
5. NOVETHIC (2005). ***“Les syndicats font presion sur les call center”***, <http://www.novethic.fr/novethic/site/article/index.jsp?id=69568>.
6. PORTER, MICHAEL E. (1995). ***“Ventaja Competitiva ”***, Editorial CECSA, México.
7. BOWERMAN, O’CONNELL Y KOEHLER, 2007. ***“Pronósticos, Series de Tiempo y Regresion: Un enfoque aplicado”***, Cengage Cearning Editores, México.
8. ECO HUMBERTO, (1985), ***“La Definición del Arte”***, Ed Martinez Roca S.A., Barcelona 1970
9. TUCKEY, J. W. (1997). ***“Exploratory Data Analysis”***, Addison-Wesley.
10. VISAUTA, B. (1997). ***“Análisis Estadístico con SPSS para Windows”***, McGraw-Hill.

11. VITT, ELIZABETH (2003). *“Business Intelligence”*, Editorial McGraw-Hill, España.

## **METODOLOGÍA CIENTIFICA**

HERNANDEZ SAMPIERI, ROBERTO, FERNANDEZ COLLADO, CARLOS, BAPTISTA, LUCIO (2010). *“Metodología de la Investigación”*, Editorial McGraw-Hill. México

## **SOFTWARE PARA PROCESOS ESTADÍSTICOS**

1. MATLAB, R2008B, MATWORK, 2008.
2. EViews, Enterprise Edition, Quantitative Micro Software, 2009.
3. SAS For Windows, 9.1.3, ADVANC.
4. MINITAB, 2008.



